

**CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA CELSO  
SUCKOW DA FONSECA – CEFET/RJ**

**Análise de Dinâmica Veicular do Protótipo  
Baja SAE**

Brenno Tavares Duarte  
Juliana Ramos Barreto  
Pedro Trindade do Amaral

Prof. Ricardo Alexandre Amar de Aguiar

**Rio de Janeiro  
Junho de 2016**

**CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA CELSO  
SUCKOW DA FONSECA – CEFET/RJ**

**Análise de Dinâmica Veicular do Protótipo  
Baja SAE**

Brenno Tavares Duarte  
Juliana Ramos Barreto  
Pedro Trindade do Amaral

Projeto final apresentado em cumprimento  
às normas do Departamento de Educação Superior  
do CEFET/RJ, como parte dos requisitos para obtenção  
do título de Bacharel em Engenharia Mecânica

Prof. Ricardo Alexandre Amar de Aguiar

**Rio de Janeiro  
Junho de 2016**

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Central do CEFET/RJ

D812 Duarte, Brenno Tavares  
Análise de dinâmica veicular do protótipo Baja SAE / Brenno  
Tavares Duarte, Juliana Ramos Barreto, Pedro Trindade do  
Amaral.—2016.  
xvii, 111f. + anexos : il. (algumas color.) , grafs. , tabs. ; enc.

Projeto Final (Graduação) Centro Federal de Educação  
Tecnológica Celso Suckow da Fonseca , 2016.

Bibliografia : f. 110-111

Orientador : Ricardo Alexandre Amar de Aguiar

1. Engenharia mecânica. 2. Automóveis - Dinâmica. I. Barreto,  
Juliana Ramos. II. Amaral, Pedro Trindade do. III. Aguiar, Ricardo  
Alexandre Amar de (Orient.). IV. Título.

CDD 621

## AGRADECIMENTO

Este presente trabalho dedicamos a Deus e nossos entes queridos, bem como aos nossos amigos que nos apoiaram. Agradecemos também à equipe Mud Runner de Baja SAE que nos forneceu os dados e ajuda necessários para redigir esse projeto final e ao professor orientador que nos guiou, Ricardo Alexandre Amar de Aguiar.

Agradecemos a nossa instituição de ensino CEFET/RJ por nos apoiar fornecendo acesso ao laboratório de pesquisa para realizar os ensaios contidos neste projeto, bem como o caminhão para levar o protótipo para efetuar testes dinâmicos em uma pista sob supervisão do Senhor Marcirio Kepler Júnior que desde sempre contribui para que a Equipe Mud Runner se desenvolva.

Os autores desse trabalho fizeram parte da equipe ao qual nos dedicamos e passamos anos de estudo, sendo assim, finalizamos agora essa etapa da vida, concluindo essa linha de pesquisa de dinâmica veicular.

## RESUMO

A área automotiva vem se destacando nos últimos anos devido à necessidade de se projetar, rapidamente, estruturas e peças, visando maior desempenho do veículo. Com isso, participar de projetos como o Baja SAE que simula o ambiente de uma montadora de veículos foi a inspiração para o tema abordado neste projeto final.

Ao longo deste trabalho, é feita a análise da dinâmica veicular, subdividida em lateral, longitudinal e vertical do protótipo construído pelo projeto Baja SAE do CEFET/RJ, a fim de servir de modelo para o projeto dos protótipos futuros.

Com ajuda de softwares como o Lotus Suspension Analysis, MatLab e Solidworks valida-se e facilita-se a construção de uma linha de pesquisa, partindo primeiramente de uma revisão bibliográfica, para então selecionar as premissas de projeto, instrumentação para quantificar alguns coeficientes e por fim gerar os valores e gráficos do modelo de dinâmica veicular desejado.

## ABSTRACT

In recent years, a highlight of the automotive industry has been the need to quickly project, structures and parts, aiming to increase the vehicle performance. Thus, participating in projects such as the Baja SAE, which simulates the environment of a vehicle assembler, was the inspiration for the topic covered in this final project.

Throughout this assignment, the vehicle dynamics analysis, divided into lateral, longitudinal and vertical, of the prototype built by the Baja SAE project of CEFET/RJ is done, in order to serve as a model for the design of future prototypes.

With software help, as Lotus Suspension Analysis, MatLab and Solidworks is possible to validate and facilitate the conception of a research line, starting from a literature review, then select the project premises, instrumentation to quantify some coefficients and finally, to generate the values and graphics desired of the vehicle dynamics model.

## SUMÁRIO

Capítulo 1 .....	1
1    Introdução .....	1
1.1    O que é o Baja SAE?.....	1
1.2    Histórico do projeto Baja SAE.....	1
1.3    Motivação.....	2
1.4    Justificativa.....	2
1.5    Objetivos .....	2
1.6    Metodologia e Trabalho Realizado .....	2
1.7    Organização do trabalho.....	3
Capítulo 2 .....	4
2    Revisão Bibliográfica .....	4
2.1    Sistema de coordenadas .....	4
2.2    Dinâmica Lateral .....	6
2.2.1    Tipos de Suspensão .....	6
2.2.1.1    Suspensão dependente .....	6
2.2.1.2    Suspensão Independente .....	7
2.2.2    Ackerman.....	9
2.2.3    Ângulo de deriva, força Lateral, aderência e força de camber .....	9
2.2.3.1    Esforços na Superfície de Contato Pneu-Solo .....	9
2.2.3.2    Ângulo de Deriva e Força Lateral.....	9
2.2.3.3    Ângulo de Camber e Força de Camber.....	11
2.2.4    Caster.....	12
2.2.5    Centro de Rolagem e Transferência de Carga.....	13
2.2.6    Sub e sobre esterçamento do veículo.....	14
2.2.7    Gradiente de Subesterçamento .....	15
2.3    Dinâmica Vertical .....	15
2.3.1    Principais Componentes dos Sistemas de Suspensão.....	16
2.3.1.1    Molas .....	17
2.3.1.1.1    Feixe de Molas .....	17
2.3.1.1.2    Molas Helicoidais.....	18
2.3.1.1.3    Molas Pneumáticas.....	18
2.3.1.2    Amortecedor .....	19
2.3.1.3    Pneu .....	20
2.3.2    Resposta dinâmica .....	21

2.3.3	Influência da rigidez da suspensão .....	24
2.3.4	Influência do fator de amortecimento.....	25
2.3.5	Influência da massa não suspensa .....	26
2.4	Dinâmica Longitudinal.....	27
2.4.1	Motores de Combustão Interna .....	27
2.4.1.1	Classificação e Operação .....	27
2.4.1.2	Propriedades e Curvas características.....	29
2.4.1.2.1	Torque (T) .....	29
2.4.1.2.2	Potência efetiva ( $Ne$ ) .....	30
2.4.1.2.3	Consumo Específico ( $Ce$ ) .....	30
2.4.1.3	Motor Utilizado.....	31
2.4.2	Tipos de Transmissão .....	34
2.4.2.1	Introdução .....	34
2.4.2.2	Transmissão Manual .....	35
2.4.2.3	Transmissão Continuamente Variável .....	36
Capítulo 3	.....	37
3	Metodologia .....	37
3.1	Dinâmica Lateral .....	37
3.1.1	Lotus .....	37
3.1.2	Transferência de Carga.....	38
3.1.3	Gradiente de Sobre-esterçamento.....	39
3.1.3.1	K-Tire.....	39
3.1.3.2	K-Camber.....	39
3.1.3.3	K-Roll steer.....	40
3.1.3.4	K-Aligning torque.....	40
3.1.3.5	K-lateral load transfer .....	40
3.1.3.6	K-Traction force .....	40
3.2	Dinâmica Vertical .....	41
3.2.1	Simulações.....	41
3.2.2	Massas e Momentos de Inércia.....	41
3.2.3	Modelo Linear .....	43
3.2.4	Modelo Não-Linear .....	45
3.2.4.1	Geometria das Balanças .....	46
3.2.4.2	Desacoplamento pneu-solo .....	49
3.2.4.3	Amortecedor pneumático.....	50

3.2.4.4	Equacionamento.....	51
3.3	Dinâmica Longitudinal.....	53
3.3.1	Resistências da Roda .....	53
3.3.1.1	Resistencia ao Rolamento .....	54
3.3.1.2	Resistência de Convergência/Divergência.....	56
3.3.2	Resistência Aerodinâmica .....	57
3.3.3	Resistência ao Gradiente .....	59
3.3.4	Resistência à Aceleração .....	61
3.3.5	Performance.....	63
3.3.5.1	Limite de Tração .....	65
3.3.5.2	Velocidade Final .....	66
3.3.5.3	Mapas Característicos .....	66
Capítulo 4	.....	68
4	Instrumentação.....	68
4.1	Caracterização do Amortecedor .....	68
4.2	Pneu.....	70
4.3	Envelope de Performance – Diagrama “G-G” .....	72
Capítulo 5	.....	79
5	Resultados.....	79
5.1	Dinâmica Lateral .....	79
5.1.1	Lotus .....	79
5.1.2	Transferência de Carga.....	83
5.1.3	Coefficiente de sobre-esterçamento.....	84
5.1.3.1	$K_{\text{tire}}$ .....	85
5.1.3.2	$K_{\text{camber}}$ .....	85
5.1.3.3	$K_{\text{roll steer}}$ .....	85
5.1.3.4	$K_{\text{aligning torque}}$ .....	85
5.1.3.5	$K_{\text{lateral load transfer}}$ .....	86
5.1.3.6	$K_{\text{us}}$ .....	86
5.2	Dinâmica Vertical .....	86
5.2.1	<i>Quarter-Car</i> .....	87
5.2.1.1	Suspensão dianteira.....	88
5.2.1.2	Suspensão Traseira .....	89
5.2.2	<i>Half-car</i> .....	90
5.2.2.1	Pressão do pneu traseiro fixo em 36 PSI .....	91

5.2.2.2	Pneu Traseiro fixo em 18 PSI.....	92
5.2.2.3	Pneu Dianteiro fixo em 10 PSI.....	93
5.2.3	<i>Full-car</i> .....	94
5.2.3.1	Pressão do Pneu Traseiro Fixo em 36 PSI.....	95
5.2.3.2	Pressão do Pneu Traseiro Fixo em 18 PSI.....	96
5.2.3.3	Pressão do Pneu Dianteiro Fixa.....	97
5.2.4	Influência do Amortecedor.....	98
5.2.5	Condição Ideal.....	100
5.2.5.1	Frequências Naturais e Modos de Vibrações.....	101
5.2.5.2	Resposta Dinâmica do Modelo Não-Linear.....	101
5.3	Dinâmica Longitudinal.....	103
5.3.1	Comparação de Mapas Característicos.....	103
Capítulo 6	.....	109
6	Conclusão.....	109
Capítulo 7	.....	110
7	Sugestões para projetos futuros.....	110
Capítulo 8	.....	111
8	Referências.....	111
ANEXO I - Tabelas	.....	113
ANEXO II – Rotinas Matlab	.....	114
II-1 Cálculo da Transferência de Carga.....	114	
II-2 Modelo de 1/4 de carro.....	116	
II-3 Equação do modelo de 1/4 de carro.....	120	
II-4 Modelo de 1/2 carro.....	123	
II-5 Equação de 1/2 carro.....	131	
II-6 Modelo de carro completo.....	134	
II-7 Equação de carro completo.....	149	

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 2-1</b> - Eixos do veículo [1] .....	4
<b>Figura 2-2</b> - Forças e momentos no pneu [1] .....	5
<b>Figura 2-3</b> - Suspensão de eixo rígido com feixe de molas.....	6
<b>Figura 2-4</b> - Suspensão de Dion .....	7
<b>Figura 2-5</b> - Suspensão <i>trailing-arm</i> .....	7
<b>Figura 2-6</b> - Suspensão semi-trailing.....	8
<b>Figura 2-7</b> - Suspensão MacPherson e Duplo A, respectivamente .....	8
<b>Figura 2-8</b> - Geometria de Ackerman ideal.....	9
<b>Figura 2-9</b> - Ângulo de deriva e rastro pneumático [1].....	10
<b>Figura 2-10</b> - Relação entre o ângulo de deriva e o coeficiente de força lateral [3] .....	11
<b>Figura 2-11</b> - Exemplo de influencias no coeficiente de rigidez ao esterçamento [1] .....	11
<b>Figuras 2-12</b> - Força de camber [1] .....	12
<b>Figura 2-13</b> Ângulo de Caster [1].....	12
<b>Figura 2-14</b> Posicionamento do Roll Center em suspensão do tipo duplo A.....	13
<b>Figura 2-15</b> Variação do Roll Center devido ao trabalho da suspensão. ....	14
<b>Figura 2-16:</b> principais coordenadas utilizadas na dinâmica vertical [1] .....	16
<b>Figura 2-17</b> - Suspensão de eixo rígido .....	16
<b>Figura 2-18</b> - Feixe de molas.....	17
<b>Figura 2-19</b> - Curva de um feixe de molas, mostrando as diferentes rigidezes devido à histerese [1].....	17
<b>Figura 2-20</b> – Exemplos de molas helicoidais.....	18
<b>Figura 2-21</b> - Exemplo de mola pneumática .....	18
<b>Figura 2-22</b> - Variação de rigidez da mola pneumática no amortecedor Fox .....	19
<b>Figura 2-23</b> – Exemplo de amortecedor automotivo.....	19
<b>Figura 2-24</b> - Ilustração mostrando o funcionamento interno do amortecedor .....	20
<b>Figura 2-25</b> – Ensaio do Pneu mostrando as medições importantes .....	20
<b>Figura 2-26</b> - Modelo <i>quarter-car</i> .....	21
<b>Figura 2-27</b> - Frequência natural em função da deflexão estática [1] .....	23
<b>Figura 2-28</b> - Influência da rigidez da Suspensão [1].....	24
<b>Figura 2-29</b> - Centro de Movimento em função das frequências naturais [1].....	25
<b>Figura 2-30</b> - Influência do posicionamento dos centros de movimento [4].....	25
<b>Figura 2-31</b> - Influência do fator de amortecimento [1].....	26
<b>Figura 2-32</b> - Influência da massa não suspensa [1].....	27
<b>Figura 2-33</b> - Sistema pistão-biela-manivela.....	29
<b>Figura 2-34</b> - Curvas características de um motor.....	31
<b>Figura 2-35</b> - Curva Características com consumo .....	31
<b>Figura 2-36</b> - Motor Briggs&Stratton 10HP .....	31
<b>Figura 2-37</b> - Curva de Potência.....	33
<b>Figura 2-38</b> - Curva de Torque .....	33
<b>Figura 2-39</b> - Gráfico comparativo entre transmissões .....	35
<b>Figura 2-40</b> - Relações de transmissão de alguns veículos da Mercedes-Benz [10].....	35
<b>Figura 2-41</b> - Câmbio Manual [10] .....	36
<b>Figura 2-42</b> - Mudança de relação em um conjunto CVT.....	36
<b>Figura 3-1</b> - Software <i>Lotus</i> com o protótipo Mud Runner 2016.....	38
<b>Figura 3-2</b> - Distribuição de massa aproximada.....	43

<b>Figura 3-3</b> - Modelo linear com 4 graus de liberdade .....	44
<b>Figura 3-4</b> - Imagem do protótipo, demonstrando a variação de inclinação do amortecedor, obtido pelo software SolidWorks. ....	45
<b>Figura 3-5</b> - Suspensão dianteira, dando evidencia no eixo de rotação A-A e no ponto E ....	46
<b>Figura 3-6</b> - Pontos importantes da balança .....	46
<b>Figura 3-7</b> - Compressão do Amortecedor .....	47
<b>Figura 3-8</b> - Influência da geometria da suspensão (resultados à 10 m/s).....	48
<b>Figura 3-9</b> - Influencia do desacoplamento, (a) e (b) resultados de queda, (c) de passagem a 10 m/s e (d) detalhe do ruído em passagem a 10 m/s .....	50
<b>Figura 3-10</b> - Influência do amortecedor (resultados a 10 m/s) .....	51
<b>Figura 3-11</b> - Modelo não-linear com 4 graus de liberdade .....	51
<b>Figura 3-12</b> - Geometria da Roda [10] .....	53
<b>Figura 3-13</b> - Tensão Normal no Caminho de Contato do Pneu [10] .....	54
<b>Figura 3-14</b> - Resistência ao Rolamento .....	56
<b>Figura 3-15</b> - Convergência e Divergência [10].....	57
<b>Figura 3-16</b> - Vortex atrás do veículo [10].....	57
<b>Figura 3-17</b> - Ilustração dos pontos onde há queda de velocidade [14].....	58
<b>Figura 3-18</b> - Ilustração dos pontos onde há concentração e queda de pressão [14].....	58
<b>Figura 3-19</b> - Resistência aerodinâmica de acordo com a velocidade.....	59
<b>Figura 3-20</b> - Resistência ao gradiente .....	61
<b>Figura 3-21</b> - Placa de Transito no País de Gales.....	61
<b>Figura 3-22</b> - Fluxograma de energia com os momentos de inercia .....	62
<b>Figura 3-23</b> - Resistência à aceleração .....	63
<b>Figura 3-24</b> - Demanda de Potência .....	64
<b>Figura 3-25</b> - Gráfico de Demanda de Força Trativa .....	64
<b>Figura 3-26</b> - Mapa ideal do motor de potencia .....	66
<b>Figura 3-27</b> - Mapa ideal do motor de Força de Tração.....	67
<b>Figura 4-1:</b> Influência da velocidade de ensaio .....	68
<b>Figura 4-2:</b> Resultado do Ensaio do amortecedor .....	69
<b>Figura 4-3:</b> Variação de rigidez no amortecedor e rigidez média .....	69
<b>Figura 4-4:</b> Influência da velocidade no ensaio do pneu.....	70
<b>Figura 4-5:</b> Resultados do ensaio do pneu.....	71
<b>Figura 4-6:</b> Cálculo da rigidez no pneu - Pneu dianteiro com 18 PSI.....	71
<b>Figura 4-7:</b> Resultado da Rigidez nos pneus dianteiro (a) e traseiro (b) .....	72
<b>Figura 4-8</b> – Disposição do sensor no celular .....	72
<b>Figura 4-9</b> - Interface no dispositivo .....	73
<b>Figura 4-10</b> - Exportação de arquivo .txt.....	73
<b>Figura 4-11</b> - Teste em campo.....	74
<b>Figura 4-12</b> - Fixação do celular no protótipo.....	74
<b>Figura 4-13</b> - Realização do teste .....	75
<b>Figura 4-14</b> - Variação da aceleração devido a vibração do motor em baixa rotação nos três eixos separadamente e juntos .....	76
<b>Figura 4-15</b> - Gráfico GG da influencia da vibração do motor em baixa rotação.....	76
<b>Figura 4-16</b> - Variação da aceleração devido a vibração do motor em alta rotação nos três eixos separadamente e juntos .....	77
<b>Figura 4-17</b> - Gráfico GG da influência da vibração do motor em alta rotação.....	77
<b>Figura 4-18</b> - Gráfico GG do teste de aceleração .....	78

<b>Figura 4-19</b> - Gráfico GG do teste de manobrabilidade.....	78
<b>Figura 5-1:</b> Variação de cambagem com o esterçamento.....	79
<b>Figura 5-2:</b> Esquema representando o comportamento do pneu em terra.....	80
<b>Figura 5-3:</b> Esterçamento da roda (a) e Ackerman (b) em função do esterçamento do sistema de direção.....	80
<b>Figura 5-4:</b> Raio de curvatura estático em função do esterçamento do sistema de direção....	81
<b>Figura 5-5:</b> Variação da altura do centro de rolagem (a) e cambagem (b) em função da rolagem.....	81
<b>Figura 5-6:</b> Variação da Convergência em função da rolagem (a) e do movimento da roda (b).....	82
<b>Figura 5-7:</b> Relação entre aceleração lateral e rolagem.....	83
<b>Figura 5-8:</b> Transferência de carga em função da aceleração lateral.....	84
<b>Figura 5-9:</b> Curva de Força lateral em função do ângulo de deriva.....	84
<b>Figura 5-10:</b> Frequência natural em função da pressão nos pneus.....	87
<b>Figura 5-11:</b> Resultado dinâmico da suspensão dianteira no modelo de 1/4 de carro.....	88
<b>Figura 5-12:</b> Frequência natural da suspensão dianteira.....	89
<b>Figura 5-13:</b> Resposta dinâmica da suspensão traseira para o modelo de 1/4 de carro.....	89
<b>Figura 5-14:</b> Frequência natural da suspensão traseira.....	90
<b>Figura 5-15:</b> Resultados dinâmicos para modelo de 1/2 carro para <i>Pitch</i> (a) e <i>Bounce</i> (b)....	91
<b>Figura 5-16:</b> Resultados Dinâmicos variando a pressão no pneu dianteiro, com pneu traseiro fixo em 36 PSI.....	91
<b>Figura 5-17:</b> Resultados Dinâmicos variando a pressão no pneu dianteiro, com pneu traseiro fixo em 18 PSI.....	93
<b>Figura 5-18</b> - Resultados Dinâmicos variando a pressão no pneu traseiro, com pneu dianteiro fixo em 18 PSI.....	94
<b>Figura 5-19:</b> Resultados dinâmicos de <i>roll</i> para modelo com 7 graus de liberdade.....	95
<b>Figura 5-20:</b> Resultados Dinâmicos variando a pressão no pneu dianteiro, com pneu traseiro fixo em 36 PSI.....	95
<b>Figura 5-21:</b> Resultados Dinâmicos variando a pressão no pneu dianteiro, com pneu traseiro fixo em 18 PSI.....	96
<b>Figura 5-22:</b> Resultados dinâmicos variando a pressão do pneu dianteiro, com o pneu traseiro fixo em 10 PSI (a), 14 PSI (b) e 18 PSI (c).....	97
<b>Figura 5-23</b> - Resultados de Aceleração RMS para simulações de passagem em quebra-molas na velocidade máxima de 15 m/s (a) e (b), e queda (c) e (d), ambos com resultados para <i>Pitch</i> e <i>Bounce</i> .....	100
<b>Figura 5-24:</b> Resultados dinâmicos da condição ideal para as quedas plana (a), com 30° de <i>pitch</i> (b) e com 30° de <i>roll</i> (c).....	102
<b>Figura 5-25:</b> Resultados dinâmicos da passagem pelo quebra-molas à 15m/s.....	103
<b>Figura 5-26</b> - Mapa real x ideal de potência.....	104
<b>Figura 5-27</b> - Mapa real x ideal de força trativa.....	104
<b>Figura 5-28</b> - Distribuição de potencias com várias relações de transmissão.....	105
<b>Figura 5-29</b> - Distribuição de forças com várias relações de transmissão.....	105
<b>Figura 5-30</b> - CVT Gaged Gx9 Baja.....	107
<b>Figura 5-31</b> - Caixa de redução com a relação desejada.....	107
<b>Figura 5-32</b> - Gráfico da Força Trativa do protótipo com as transmissões calculadas.....	108

## LISTA DE TABELAS

<b>Tabela 2-1</b> - Características do motor regulamentado .....	28
<b>Tabela 2-2</b> - Motores 2T e 4T.....	29
<b>Tabela 2-3</b> - Especificações técnicas do motor Briggs&Stratton 10 hp (BRIGGS&STRATTON – 2015) [9]. .....	32
<b>Tabela 3-1</b> Dados do protótipo MR15 .....	42
<b>Tabela 3-2</b> Dados do protótipo MR16.....	42
<b>Tabela 3-3</b> Valores dos momentos de inércia calculados .....	43
<b>Tabela 3-4</b> - Valores Médios [10].....	55
<b>Tabela 3-5</b> - Valores de resistência para cada valor de ângulo de inclinação .....	60
<b>Tabela 5-1</b> - Dados equilíbrio estático.....	79
<b>Tabela 5-2</b> - Frequências da ótimas para veículos de performance [1] .....	86
<b>Tabela 5-3</b> - Relação de pressões para simulação de 1/2 carro .....	90
<b>Tabela 5-4</b> - Compilação dos resultados dinamicos variando a pressão do pneu dianteiro, com pneu traseiro fixo em 36 PSI .....	92
<b>Tabela 5-5</b> - Compilação dos resultados dinamicos variando a pressão do pneu dianteiro, com pneu traseiro fixo em 18 PSI .....	93
<b>Tabela 5-6</b> - Compilação dos resultados dinamicos variando a pressão do pneu traseiro, com pneu dianteiro fixo em 18 PSI.....	94
<b>Tabela 5-7</b> - Compilação dos resultados dinamicos variando a pressão do pneu dianteiro, com pneu traseiro fixo em 36 PSI .....	95
<b>Tabela 5-8</b> - Compilação dos resultados dinamicos variando a pressão do pneu dianteiro, com pneu traseiro fixo em 18 PSI .....	96
<b>Tabela 5-9</b> - Compilação dos resultados dinamicos variando a pressão do pneu traseiro.....	97
<b>Tabela 5-10</b> - Valores Calculados .....	106
<b>Tabela 5-11</b> - Características do veículo .....	107
<b>Tabela I-1</b> - Classificação de motores por aplicação.....	113
<b>Tabela I-2</b> - Coeficiente de rolamento conforme tipo de piso.....	113

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

$x$ , direção longitudinal do veículo

$y$ , direção lateral do veículo

$z$ , direção vertical do veículo

$\Phi$ , ângulo de Rolamento do veículo

$\theta$ , ângulo de Arfagem do veículo

$\delta$ , ângulo de Guinada do veículo

$\alpha$ , ângulo de Deriva do pneu

$\gamma$ , ângulo de cambagem do pneu

$F_X$ , Força trativa

$F_Y$ , Força de curva (“cornering force”)

$F_Z$ , Força Normal

$M_X$ , Momento de sobrerolagem

$M_Y$ , Momento de resistência ao rolamento

$M_Z$ , Momento auto-alinhante

$p$ , Rastro pneumático

$C_\alpha$ , Coeficiente de rigidez ao esterçamento

$h$ , altura do centro de rolagem

$K_{us}$ , Gradiente de sub-esterçamento

$\tau$ , ângulo de caster

$K_s$ , Rigidez da mola

$K_t$ , Rigidez do pneu

$C_s$ , Coeficiente de amortecimento

$m_s$ , massa suspensa

$m_u$ , massa não suspensa

$Z_s$ , Deslocamento da massa suspensa

$Z_u$ , Deslocamento da massa não suspensa

$Z_r$ , Deslocamento da pista

$f_n$ , frequência natural não-amortecida

$f_d$ , frequência natural amortecida

$RR$ , Rigidez equivalente da suspensão

$\zeta$ , Fator de amortecimento

$f_{ns}$ , frequência natural da massa não suspensa

$\kappa$ , fator de massa

$N_e$ , Potência efetiva

$C_e$ , Consumo Específico

$i_z$ , Relação de transmissão

$\Delta F_{zf}$ , Transferência de carga lateral das rodas dianteiras

$\Delta F_{zr}$ , Transferência de carga lateral das rodas traseiras

$K_{\phi f}$ , Rigidez ao rolamento da suspensão dianteira

$K_{\phi r}$ , Rigidez ao rolamento da suspensão traseira

$W$ , Peso total do veículo

$W_f$ , Peso sobre as rodas dianteiras

$W_r$ , Peso sobre as rodas traseiras

$h_f$ , altura do centro de rolagem dianteiro

$h_r$ , altura do centro de rolagem traseiro

$h_1$ , Distância entre o eixo de rolagem e o CG

$t_f$ , Bitola dianteira

$t_r$ , Bitola traseira

$K_{tire}$ , Gradiente de sub-esterçamento gerado pelo ângulo de deriva

$K_{camber}$ , Gradiente de sub-esterçamento gerado pelo ângulo de câmber

$K_{roll\ sterr}$ , Gradiente de sub-esterçamento gerado pela variação do esterçamento com a rolagem

$K_{at}$ , Gradiente de sub-esterçamento gerado pelo torque de auto-alinhamento

$K_{lt}$ , Gradiente de sub-esterçamento gerado pela transferência lateral de carga

$K_{tf}$ , Gradiente de sub-esterçamento gerado pela força trativa

$J_P$ , Momento de inércia de *pitch*

$J_R$ , Momento de inércia de *roll*

$\phi_w$ , Rotação da roda

$r_{wst}$ , Raio estático da roda

$x_w$ , Deslocamento da roda

$e_w$ , Distância de ação da força normal e o eixo da roda

$F_r$ , Resistência ao rolamento

$f_r$ , Coeficiente de resistência ao rolamento

$F_{wtoe}$ , Resistência de Toe-in

$F_a$ , Resistência aerodinâmica

$c_d$ , Coeficiente de arrasto aerodinâmico

$A$ , área frontal projetada na direção longitudinal

$\rho_a$ , densidade do ar

$v_r$ , resultante da velocidade do ar

$\alpha_g$ , ângulo de inclinação da pista

$p$ , gradiente de inclinação da pista

$F_g$ , Resistência ao gradiente

$F_i$ , Resistência à aceleração

$\lambda$ , Fator de massa rotativa

$I_m$ , Momento de inércia do motor

$I_{cvt1}$ , Momento de inércia da CVT motriz

$I_{cvt2}$ , Momento de inércia da CVT movida

$I_w$ , Momento de inércia da roda

$I_{SE}$ , Momento de inércia do semi-eixo

$I_E$ , Momento de inércia da engrenagem

$P_{tot}$ , Potência necessária

$P_{basica}$ , Potência necessária, levando em conta somente a resistência ao rolamento e aerodinâmica

$F_{xmax}$ , Força trativa máxima

$\mu$ , Coeficiente de atrito entre o pneu e o solo

$L$ , entre eixo do veículo

$r$ , Raio do pneu

$N_f$ , Relação de transmissão global

# Capítulo 1

## 1 Introdução

### 1.1 O que é o Baja SAE?

O projeto Baja SAE é um desafio lançado aos estudantes de engenharia que oferece a chance de aplicar na prática os conhecimentos adquiridos em sala de aula, visando incrementar sua preparação para o mercado de trabalho. Ao participar do projeto Baja SAE, o aluno se envolve com um caso real de desenvolvimento de projeto, desde a sua concepção, projeto detalhado e construção. No Brasil, o projeto recebe o nome de Projeto Baja SAE BRASIL.

As equipes devem ser compostas por estudantes de Engenharia (Mecânica, Mecatrônica, Robótica, Metalúrgica, Eletrônica, Eletroeletrônica, Automobilística, Produção, Automação Industrial, Aeronáutica, Materiais e Agrônômica), graduandos no curso de Física e um professor orientador, apresentando um número máximo de 20 componentes.

### 1.2 Histórico do projeto Baja SAE

O projeto Baja SAE foi criado na Universidade da Carolina do Sul, Estados Unidos, sob a direção do Dr. John F. Stevens, sendo que a primeira competição ocorreu em 1976. O ano de 1991 marcou o início das atividades da SAE BRASIL, que, em 1994, lançava o Projeto Baja SAE BRASIL.

No ano seguinte, em 1995, era realizada a primeira competição nacional, na pista Guido Caloi, bairro do Ibirapuera, cidade de São Paulo. No ano seguinte a competição foi transferida para o Autódromo de Interlagos, onde ficaria até o ano de 2002. A partir de 2003 a competição passou a ser realizada em Piracicaba, interior de São Paulo, no ECPA – Esporte Clube Piracicabano de Automobilismo até o ano de 2015. Em 2016 a competição ocorreu na cidade de São José dos Campos – São Paulo.

Desde 1997 a SAE BRASIL também apoia a realização de eventos regionais do Baja SAE BRASIL, através de suas Seções Regionais. Desde então dezenas de eventos foram realizados em vários estados do país como Rio Grande do Sul, São Paulo, Minas Gerais e Bahia.

### **1.3 Motivação**

A motivação para este trabalho surgiu a partir da necessidade de desenvolver o projeto da dinâmica veicular da equipe de baja SAE do CEFET/RJ. Os autores deste presente projeto foram membros da equipe Mud Runner durante a graduação, e durante esse período perceberam a necessidade desse estudo.

### **1.4 Justificativa**

Em uma competição de BAJA SAE, o nível de exigência da performance dos veículos é extremamente rígido. Na busca de um veículo mais competitivo, as equipes procuram desenvolver a dinâmica lateral, longitudinal e vertical com menos incertezas e de modo menos conservativo, sendo assim cada vez mais semelhante à realidade.

Visto isso, discorreremos neste trabalho sobre dinâmica veicular para o protótipo Baja SAE da Mud Runner 2016.

### **1.5 Objetivos**

Além de apresentar uma metodologia de estudo que, quando aplicada na fase inicial do projeto, traga uma considerável redução no tempo de desenvolvimento e no custo total do projeto, o presente trabalho busca desenvolver uma ferramenta de análise da dinâmica lateral, vertical e longitudinal com ajuda de softwares e experimentações.

### **1.6 Metodologia e Trabalho Realizado**

Em primeiro instante, é apresentada uma sugestão de modelo a ser seguido para o desenvolvimento de um projeto veicular, seguida de uma revisão conceitual dos temas necessários para análise da dinâmica vertical, lateral e longitudinal, abordando os principais tópicos apresentados nas bibliografias clássicas sobre o assunto, descrição e valores referenciais para a caracterização de tipos de pistas adotados pela indústria automobilística em um contexto geral, e norma regulamentadora.

Posteriormente, efetuam-se análises numéricas e experimentações para compor e adicionar valores à análise teórica da dinâmica veicular.

## 1.7 Organização do trabalho

Este trabalho é composto por cinco capítulos e organizados conforme descrição a seguir.

O Capítulo 1 apresenta a motivação e justificativas que levaram ao desenvolvimento deste trabalho, apresentando o projeto mini baja e o contexto no qual este trabalho será desenvolvido.

No Capítulo 2 é apresentada a revisão bibliográfica do tema a ser modelado e analisado. Contém a estrutura do sistema de coordenadas adotado, bem como a explicação dos tipos de suspensão e componentes da mesma, e ângulos que influenciam na dinâmica veicular junto ao pneu. Neste mesmo capítulo, discorre-se sobre o motor utilizado e os tipos de transmissão, pelo qual o Baja SAE pode optar.

A metodologia de análise é explicada no Capítulo 3. Neste item será explicada a metodologia utilizada para as análises da dinâmica veicular. Possui também, testes efetuados em protótipos antigos, bem como experimentações de componentes em laboratórios que geram dados que auxiliam, juntos dos softwares, na análise teórica.

O Capítulo 4 apresenta a descrição da experimentação feita nos componentes (amortecedor, pneu e carro) a fim de gerar valores para a formulação teórica.

No Capítulo 5, descreve-se e analisa-se os resultados, inserindo os valores obtidos na instrumentação e premissas do protótipo com o intuito de gerar o modelo desejado de dinâmica veicular.

Por fim, o Capítulo 6 contém a conclusão, e o Capítulo 7, as sugestões para trabalhos futuros que seguem a mesma linha de pesquisa deste projeto final.

## Capítulo 2

### 2 Revisão Bibliográfica

#### 2.1 Sistema de coordenadas

Nos estudos de dinâmica veicular é comum a representação das massas do veículo em apenas uma massa concentrada em seu centro de gravidade (Longitudinal e Lateral). Ao centro de gravidade é fixo um sistema de coordenadas ortogonais como referência para os movimentos do veículo, seguindo o sistema de coordenadas SAE tem-se, como pode ser visto na Figura 2-1.

Onde,

x, direção longitudinal;

y, direção lateral;

z, direção vertical;

$\Phi$ , ângulo de Rolamento;

$\theta$ , ângulo de Arfagem;

$\delta$ , ângulo de Guinada.

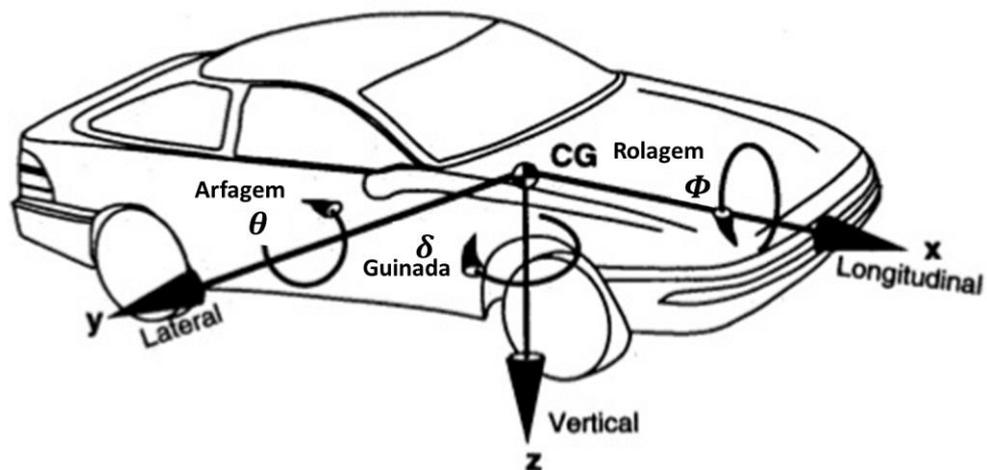
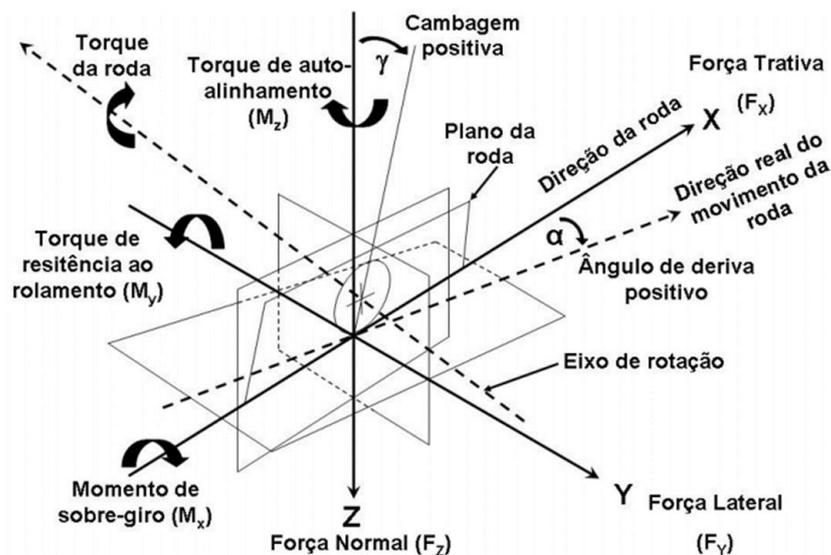


Figura 2-1 - Eixos do veículo [1]

Também de acordo com a SAE, o pneu tem o seu próprio sistema de coordenadas, como pode ser visto na Figura 2-2, que mostra os ângulos de deriva e cambagem. A Figura abaixo mostra os ângulos de deriva e camber. A força exercida no pneu pela estrada ao longo de  $X'$ , denotada por  $F_X$ , é chamada de força trativa, e é negativa para frenagem. A força ao longo de  $Y'$ , denotada por  $F_Y$ , é chamada de força de curva (“cornering force”) ou força do ângulo de deriva, quando causada pelo ângulo de deriva somente, força de câmber quando causada pelo ângulo de câmber somente ou, mais geralmente, força lateral.



**Figura 2-2** - Forças e momentos no pneu [1]

A força no pneu ao longo de  $Z'$ ,  $F_Z$ , é chamada de força normal. O momento auto-alinhante  $M_Z$  e o torque de camber  $M_X$  têm sinal positivo de acordo com a regra da mão direita. Segundo Dixon [2], é melhor tratar a resistência ao rolamento como uma força atuando no centro de rotação da roda. Em resumo, os componentes de força e momentos exercidos no pneu pela estrada são:

- (1)  $F_z$ , força normal, positiva para baixo;
- (2)  $F_x$ , força longitudinal, positiva no sentido frontal do veículo;
- (3)  $F_y$ , força lateral (força de curva  $F_\alpha$  mais a força de camber  $F_\gamma$ );
- (4)  $M_x$ , torque de camber;
- (5)  $M_y$ , momento de resistência ao rolamento;

(6)  $M_z$ , momento auto-alinhante.

## 2.2 Dinâmica Lateral

### 2.2.1 Tipos de Suspensão

A suspensão é composta pelos elementos que fazem a ligação das rodas à carroceria, tendo como principal objetivo isolar a carroceria das vibrações geradas pelas irregularidades da pista. Pode ser dividida em suspensão dependente e independente, sendo que essa diferenciação vem da dependência entre as rodas. As principais suspensões existentes estarão exemplificadas abaixo.

#### 2.2.1.1 Suspensão dependente

- Eixo Rígido

Esse tipo de suspensão é aquela na qual as rodas são montadas nas extremidades opostas de um eixo rígido, garantindo que o movimento de uma seja transmitido até a outra. Figura 2-3.



**Figura 2-3** - Suspensão de eixo rígido com feixe de molas

- De Dion

Sistema similar ao eixo rígido, porém com o diferencial fixado no chassi, diminuindo assim a massa não suspensa, utilizado somente em eixos motrizes. Figura 2-4.



**Figura 2-4** - Suspensão de Dion

### 2.2.1.2 Suspensão Independente

- *Trailing-Arm*

Este tipo de suspensão garante que haverá variação de cambagem com o movimento da suspensão. Utiliza um ou dois braços conectados ao chassi com eixo paralelo ao mesmo. Figura 2-5.



**Figura 2-5** - Suspensão *trailing-arm*

- *Semi-Trailing*

Esta é uma variação do *Trailing-Arm*, onde o eixo de pivotamento tem um ângulo, tendo uma pequena variação de cambagem e convergência. Figura 2-6.



**Figura 2-6** - Suspensão semi-trailing

- Duplo A

Esta configuração utiliza duas balanças presas na estrutura. Apesar de ser uma configuração um pouco mais complexa, tem a vantagem de possuir muitas possibilidades de trabalho em variação de cambagem e convergência.

- MacPherson

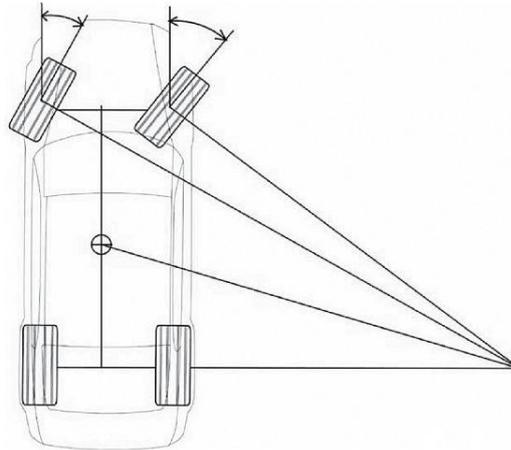
Este é uma simplificação da configuração Duplo A, fixando o amortecedor no lugar da balança inferior, conforme a Figura 2-7.



**Figura 2-7** - Suspensão MacPherson e Duplo A, respectivamente

### 2.2.2 Ackerman

Para o esterçamento em baixas velocidades, a geometria ideal é a de Ackerman, onde não existe o escorregamento lateral como pode ser visto na Figura 2-8.



**Figura 2-8** - Geometria de Ackerman ideal

Com o centro de curvatura passando por linhas perpendiculares às rodas dianteiras, que se interceptam no eixo traseiro.

### 2.2.3 Ângulo de deriva, força Lateral, aderência e força de camber

#### 2.2.3.1 Esforços na Superfície de Contato Pneu-Solo

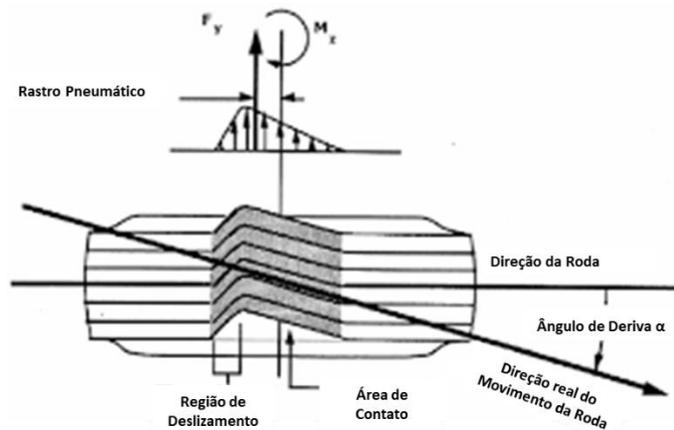
Segundo Gillespie [1], o movimento do veículo é controlado pelas forças exercidas no pneu pela estrada, que têm um papel importante nos problemas de dirigibilidade. A função essencial de um pneu, segundo este autor, é interagir com a estrada, de modo a produzir as forças necessárias para o apoio e movimento do veículo. O pneu deve desenvolver forças laterais para controlar a direção do veículo, gerar aceleração lateral em curvas e resistir a forças externas, tais quais rajadas de vento e inclinações longitudinais da pista. Estas forças são geradas pela deriva do pneu (ângulo de deriva), pela inclinação lateral do mesmo (ângulo de camber) ou por uma combinação das duas. Também importantes são as forças normais e longitudinais na superfície de contato.

#### 2.2.3.2 Ângulo de Deriva e Força Lateral

Na produção das forças requeridas para propiciar ao veículo seu comportamento cinemático desejado, a área de contato (o *footprint*) é o foco de atenção. A reação a uma

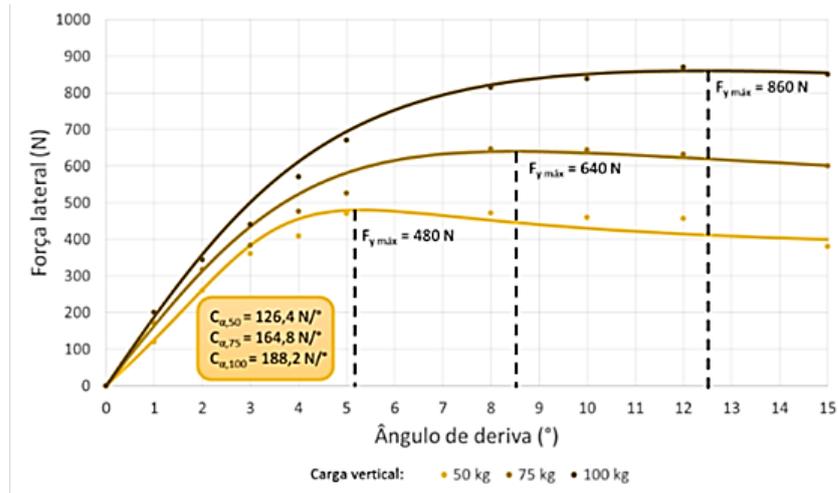
solicitação lateral (tal como vento, força centrífuga, esterçamento de direção ou inclinação do terreno) ocorre através dos pneumáticos, que devem produzir forças laterais. Esta perturbação provoca uma alteração na trajetória do veículo.

Nesta situação, o pneumático na região do *footprint* deixa de se deslocar na direção de seu plano centro-longitudinal e passa a se deslocar em outra direção, devido à deformação existente. Isto gera o chamado ângulo de deriva ( $\alpha$ ), ou *slip angle*. O *footprint* do pneu de um veículo parado sobre um plano horizontal tem a forma semelhante a uma elipse, e as tensões atuantes pneu-solo são apenas normais. Esta elipse se mantém quando o veículo descreve uma trajetória retilínea em plano horizontal, a velocidades baixas, mas neste caso passa-se a verificar também tensões tangenciais. A forma da elipse se altera sempre que houver um aumento da velocidade e o esterçamento da direção. Neste caso, as tensões tangenciais terão orientação predominantemente perpendicular ao plano centro-longitudinal do pneu, dando origem a Força Lateral ( $F_y$ ), cuja linha de ação está afastada “p” do plano vertical, que contém o eixo de rolamento da roda, conforme Figura 2-9.



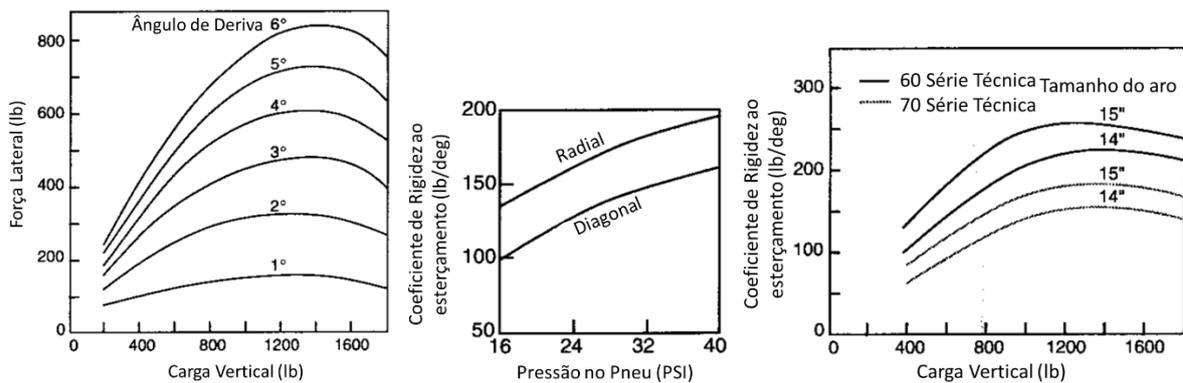
**Figura 2-9** - Ângulo de deriva e rastro pneumático [1]

Quanto maior o ângulo de deriva, maior também será a força lateral. Comparando-se pneus distintos, o que apresentar maior força lateral para um dado ângulo de deriva terá uma maior “potência de viragem” e permitirá consequentemente um melhor controle direcional do veículo. Isto ocorre porque este pneu suportará maiores solicitações laterais sem escorregar. A proporcionalidade entre a força lateral e o ângulo de deriva (Figura 2-10) ocorre para ângulos de deriva pequenos (3 a 4°), e em ângulos superiores tende-se a atingir o limite de aderência do pneu, após o qual ocorre o escorregamento do pneumático.



**Figura 2-10** - Relação entre o ângulo de deriva e o coeficiente de força lateral [3]

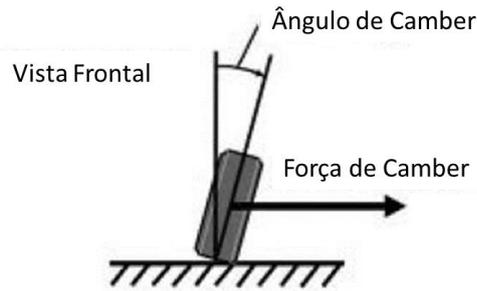
Existem vários fatores que influenciam no coeficiente de rigidez ao esterçamento ( $C_\alpha$ ), os principais são a variação de carga vertical, tipo de fabricação, pressão interna e dimensões do pneu, como pode ser visto na Figura 2-11.



**Figura 2-11** - Exemplo de influências no coeficiente de rigidez ao esterçamento [1]

### 2.2.3.3 Ângulo de Camber e Força de Camber

A roda posiciona-se verticalmente e gira no seu plano de simetria. Se sua direção de deslocamento é outra senão o plano de simetria, então há um ângulo de camber  $\gamma$ , com uma força associada (Figura 2-12). O ângulo de camber da roda direita é o ângulo de inclinação desta. Na roda esquerda, é o mesmo ângulo com sinal oposto. O ângulo de camber resulta numa força de camber.

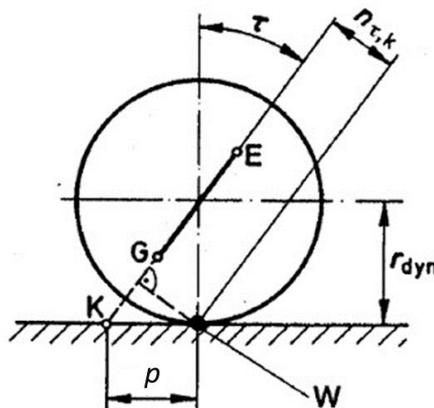


**Figuras 2-12** - Força de camber [1]

O efeito do camber é prover o pneumático e o veículo de uma força lateral que se soma ou se subtrai da força lateral já existente no pneu.

#### 2.2.4 Caster

Na vista lateral do veículo, o ângulo de caster é o ângulo formado pelo eixo de esterçamento e o eixo vertical. O ângulo de caster é considerado positivo se o eixo de esterçamento intercepta o plano do solo à frente do centro da roda. No caso de ângulos positivos de caster, quando se esterça as rodas existe uma variação de cambagem, tornando o ângulo de cambagem mais negativo. Os ângulos positivos de caster combinados com o movimento para a frente do veículo causam um momento de auto-alinhamento no sistema de direção. Na Figura 2-13 pode-se observar um ângulo de caster positivo, considerando a frente do veículo à esquerda do pneu, representado por  $\tau$ .



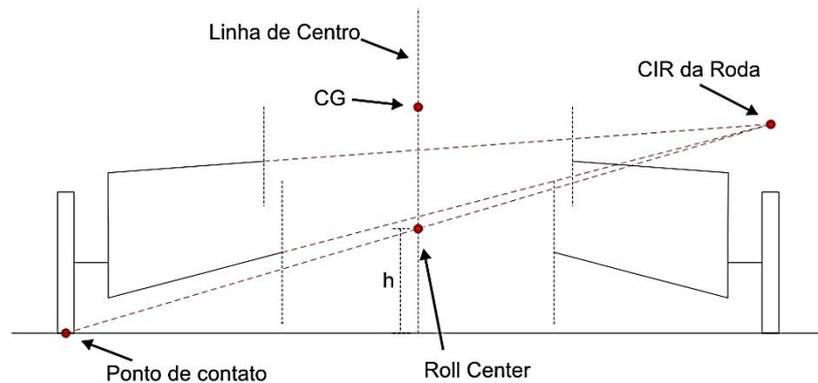
**Figura 2-13** Ângulo de Caster [1]

O Momento auto-alinhante  $M_z$  é o momento produzido pela força lateral devido à excentricidade “p” em relação ao eixo vertical da roda, chamada de rastro pneumático. Seu efeito é de alinhar as rodas, colocando-as na posição de andar em linha reta.

### 2.2.5 Centro de Rolagem e Transferência de Carga

O centro de rolagem é o ponto na vista frontal em torno do qual a massa suspensa inclina quando o veículo faz curva, é o ponto onde são transmitidas as forças laterais entre a massa suspensa (chassi) e a massa não suspensa (pneu e suspensão), Figura 2-14.

O Centro de Rolagem é a intersecção da linha de centro com a linha que liga o ponto de contato do pneu e o centro instantâneo de rotação da roda.



**Figura 2-14** Posicionamento do Roll Center em suspensão do tipo duplo A.

O Centro de Rolagem é fundamental no estudo do veículo em tráfego e principalmente na sua dirigibilidade, tanto para conforto quanto para segurança.

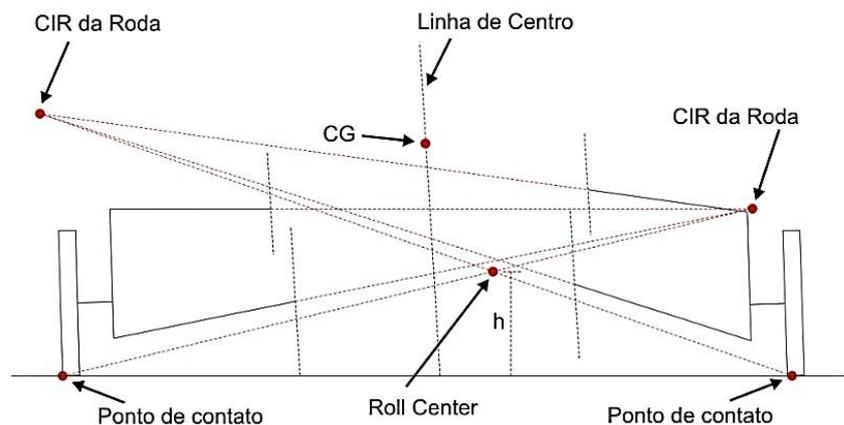
Em curva um Centro de Rolagem alto pode gerar um excessivo esfregamento da face lateral externa do pneu, já um baixo centro de rolagem pode gerar uma rolagem excessiva da massa suspensa, que causa muito desconforto aos passageiros.

O movimento de rolagem da massa suspensa é afetado pelo momento gerado pela sua força centrífuga na curva e a altura do CG em relação ao Centro de Rolagem. Quando maior a altura do CG em relação ao Centro de Rolagem, maior será o momento e, conseqüentemente, sua inclinação. O sistema de suspensão reage gerando forças contrárias ao movimento de inclinação da massa suspensa, aumentando a carga na roda que está do lado de fora da curva.

Para diminuir essa rolagem é muito comum o uso de barras estabilizadoras e sistemas mais modernos utilizam sistemas de suspensão ativa.

A altura do Centro de Rolagem em relação ao solo também afeta a dinâmica, principalmente na transferência de carga em curva. Quanto maior for essa altura, maior será a transferência de carga.

O Centro de rolagem pode variar quanto a sua altura seguindo a linha de centro, quando a suspensão é comprimida ou estendida, porque o centro instantâneo de rolagem (CIR) da suspensão varia. Em curva, o Centro de Rolagem varia muito até mesmo saindo da linha de centro (Figura 2-15). Essa variação dificulta ainda mais o estudo da inclinação da massa suspensa e do efeito da transferência de carga na roda, podendo gerar efeitos, como capotamento e transferência de carga excessiva, que faz com que o pneu atinja seu ponto de saturação e diminui a capacidade força lateral.



**Figura 2-15** Variação do Roll Center devido ao trabalho da suspensão.

O estudo da dinâmica lateral fica mais completo quando é feito um estudo do Centro de Rolagem dianteiro junto com o traseiro, que gera uma linha em torno da qual o veículo inteiro inclina.

### 2.2.6 Sub e sobre esterçamento do veículo

O comportamento em curva de um veículo pode ser caracterizado através dos termos subesterçante, sobreesterçante e neutro. De maneira geral, esses termos estabelecem como o ângulo de esterçamento das rodas deve ser alterado para que o veículo possa percorrer uma determinada trajetória em curva. Tomando como exemplo um veículo percorrendo uma

trajetória em círculo de raio constante, caso o condutor tenha que aumentar o ângulo de esterçamento das rodas para manter o veículo na trajetória à medida que a velocidade aumenta, diz-se que o veículo apresenta um comportamento “subesterçante”.

Popularmente, em virtude dessa característica, diz-se que o veículo tem a tendência de “sair de frente”, pois a força de reação desenvolvida pelos pneus dianteiros é inferior à necessária para manter o veículo na trajetória circular desejada.

Considerando agora a mesma condição de operação, o condutor necessita diminuir o ângulo de esterçamento das rodas para manter o veículo na trajetória circular à medida que a velocidade aumenta, diz-se, neste caso que o veículo apresenta um comportamento “sobresterçante”. Assim, o veículo tem a tendência de “sair de traseira”, pois os pneus traseiros não desenvolvem força lateral suficiente para manter o veículo na trajetória em curva.

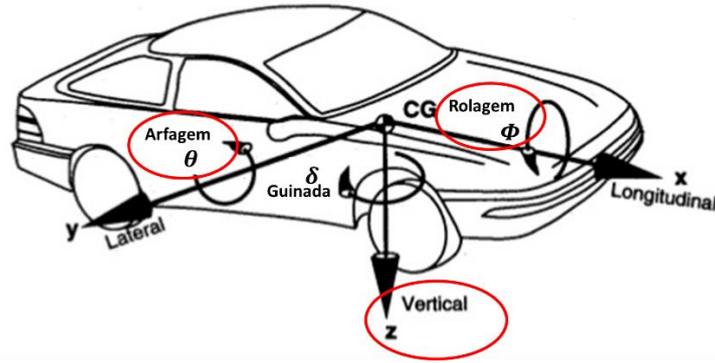
Existe ainda o comportamento “neutro” onde, como o próprio nome sugere, o condutor não necessita alterar o ângulo de esterçamento das rodas do veículo para mantê-lo em uma trajetória circular de raio constante conforme a velocidade aumenta.

### 2.2.7 Gradiente de Subesterçamento

É o coeficiente que é adicionado na geometria de Ackerman para corrigir os efeitos dinâmicos do veículo, como o ângulo de deriva dos pneus, transferência de carga, entre outros. O Cálculo do gradiente  $K_{us}$  é o somatório de cada parcela, sendo elas o  $K_{tire}$ ,  $K_{camber}$ ,  $K_{roll\ steer}$ ,  $K_{lfcs}$ ,  $K_{at}$ ,  $K_{llt}$ ,  $K_{strg}$  e  $K_{lf}$  [4]. Cada um desses gradientes é gerado por forças laterais e torques gerados no pneu ( $K_{tire}$ ,  $K_{camber}$ ,  $K_{at}$  e  $K_{strg}$ ), variação da convergência das rodas em função do trabalho ( $K_{roll\ steer}$  e  $K_{lfcs}$ ) e mudança do comportamento do pneu devido a variação da carga vertical ( $K_{llt}$ ).

### 2.3 Dinâmica Vertical

A dinâmica vertical estuda as respostas do veículo às mais variadas imperfeições da pista. Muito ligado as questões de conforto, essa parte é afetada pelo movimento vertical, também chamado de *bounce*, e os movimentos de rotação *roll* e o *pitch*, em torno do eixo X e Y respectivamente, como pode ser visto na Figura 2-16.



**Figura 2-16:** principais coordenadas utilizadas na dinâmica vertical [1]

O estudo da dinâmica vertical está relacionado ao controle das vibrações das massas suspensas e não suspensas, sempre com o objetivo de minimizar as vibrações sentidas pelo piloto. O estudo é normalmente dividido em três partes, as excitações a que o veículo é submetido, modelagem do comportamento do veículo em relação as excitações e a percepção e tolerância humana a essas vibrações.

Segundo Gillespie, a percepção de vibração é um dos principais critérios usados pelas pessoas para julgar a qualidade de construção e projeto de um veículo. Por ser um critério subjetivo existe uma grande dificuldade para ser analisado.

### 2.3.1 Principais Componentes dos Sistemas de Suspensão

Junto com o que já foi apresentado no item 2.2.1, é importante ter um conhecimento dos principais componentes dos sistemas de suspensão e suas características. Sendo eles as molas, os amortecedores e os pneus.

Como exemplo, na Figura 2-17 são mostrados os componentes citados acima em uma suspensão de eixo rígido, com feixe de molas.



**Figura 2-17 -** Suspensão de eixo rígido

### 2.3.1.1 Molas

As molas são responsáveis pela tendência ao *roll* e *pitch* e, juntamente com os amortecedores, no conforto em relação às vibrações, cargas dinâmicas nos pneus. Neste item serão exemplificados os principais tipos de molas usados nos veículos atualmente

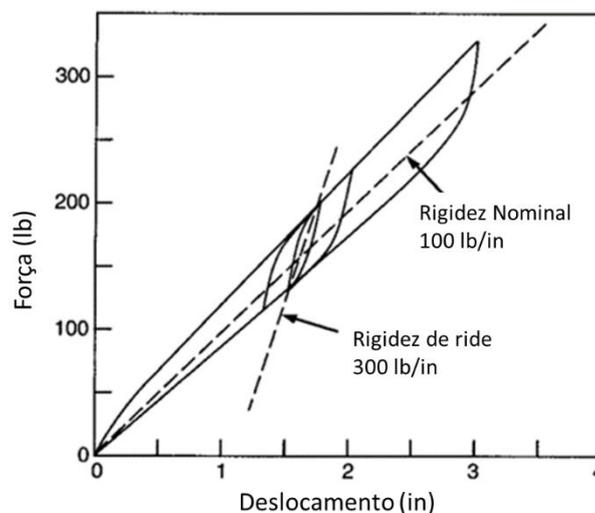
#### 2.3.1.1.1 Feixe de Molas

Este tipo de mola é composto por várias laminas sobrepostas, Figura 2-18. Foi a primeira a ser utilizada, justamente pela simplicidade de construção e seu baixo custo.



**Figura 2-18** - Feixe de molas

Devido ao alto atrito interno gerado pelo escorregamento entre as laminas, em vibrações de baixa amplitude e alta frequência, os feixes de mola possuem uma alta rigidez pela histerese, como pode ser observado na Figura 2-19. Nesse modo de operação tem uma alta transmissibilidade, o que prejudica o conforto [5]. Atualmente é bastante utilizada em veículos onde se tem uma carga elevada, picapes por exemplo.



**Figura 2-19** - Curva de um feixe de molas, mostrando as diferentes rigidezes devido à histerese [1]

### 2.3.1.1.2 Molas Helicoidais

As molas helicoidais são as mais utilizadas em veículos com suspensão independente [6]. São fabricadas enrolando-se um arame. Na Figura 2-20 pode-se observar alguns exemplos. A cilíndrica linear é o tipo mais comum e de menor custo dentre as helicoidais.



**Figura 2-20** – Exemplos de molas helicoidais

Estas molas possuem histerese desprezível, sendo o amortecimento realizado apenas pelos amortecedores. A curva de rigidez característica de uma mola obedece à Equação 1:

$$F = K_s \cdot x \quad (1)$$

Onde  $F$  é a carga sobre a mola,  $x$  a deformação da mola e  $K$  a constante elástica da mola, obtida de suas características geométricas, como diâmetro da mola, número de espiras, comprimento, diâmetro do fio e físicas, como o módulo de elasticidade transversal.

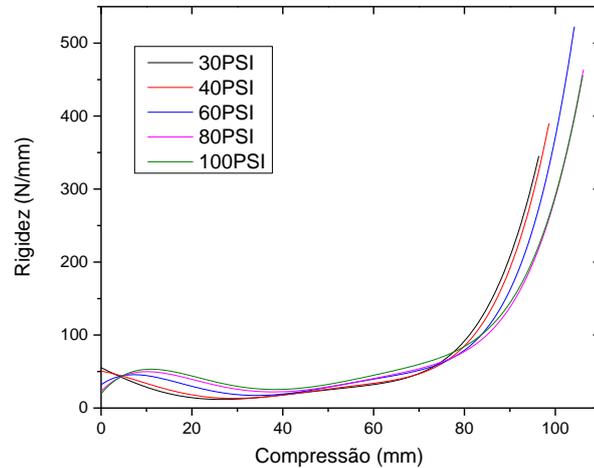
### 2.3.1.1.3 Molas Pneumáticas

As molas pneumáticas, Figura 2-21, diferente das molas de aço, possibilitam que as frequências naturais do chassi permaneçam inalteradas, mesmo quando ocorrem variações na carga sobre os pneus. O que garante que as propriedades da suspensão e as vibrações sejam independentes da carga [3].



**Figura 2-21** - Exemplo de mola pneumática

Além disso ela possui sua rigidez variável, devido ao aumento de pressão conforme ela é comprimida, Figura 2-22. Isso possibilita uma absorção maior a grandes impactos, diminuindo a possibilidade de alcançar o final do curso da mola.



**Figura 2-22** - Variação de rigidez da mola pneumática no amortecedor Fox

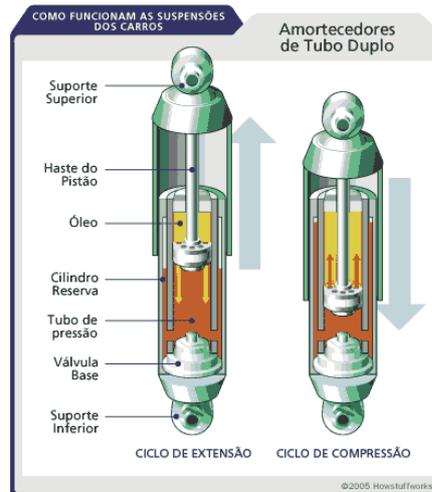
### 2.3.1.2 Amortecedor

Os amortecedores estão ligados diretamente às respostas dinâmicas, sendo utilizados para absorver as vibrações e aumentar a segurança. Estes objetivos entram em conflito, pois uma suspensão mais dura (maior amortecimento) age no sentido de minimizar a perda de contato com a pista, já uma suspensão mais macia reduz as vibrações do chassi. Na Figura 2-23 são mostrados alguns exemplos de amortecedor.



**Figura 2-23** – Exemplo de amortecedor automotivo

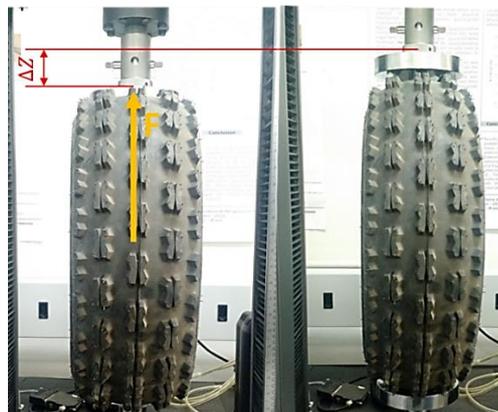
Atualmente são utilizados amortecedores hidráulicos telescópicos. Seu funcionamento se dá pela utilização de duas câmaras com um fluido viscoso e a separação entre elas é feita por um pistão, onde, possuem pequenos furos possibilitando a passagem do fluido. A passagem de um fluido é dificultada pelo tamanho dos furos e pode-se observar a existência de uma correlação entre a dificuldade da passagem e a velocidade de deslocamento do pistão, Figura 2-24.



**Figura 2-24** - Ilustração mostrando o funcionamento interno do amortecedor

### 2.3.1.3 Pneu

Considerando somente a dinâmica vertical, as características de interesse do pneu são a sua rigidez e amortecimento que resultam em força vertical. A força vertical imposta sobre o pneu só assume valores positivos, pois pode ocorrer de o pneu perder o contato com o solo. A parcela estática, rigidez, pode ser facilmente obtida em medições experimentais, conforme a Figura 2-25.



**Figura 2-25** – Ensaio do Pneu mostrando as medições importantes

Sendo  $F$  a força aplicada no pneu, e  $\Delta z$  a deflexão vertical. A rigidez será medida em:

$$K_t = \frac{F}{\Delta z} \quad (\text{Eq.02})$$

Já a parcela dinâmica, amortecimento, por ter valores desprezíveis quando comparados com amortecedor do sistema de suspensão, normalmente é desconsiderado.

A movimentação relativa entre o pneu e o solo gera forças com amplitudes que são altamente dependentes da velocidade do veículo, pressão na câmara do pneu, tipo de pneu, amplitude de movimentação da suspensão, entre outros.

### 2.3.2 Resposta dinâmica

A resposta dinâmica de um veículo pode ser caracterizada pela relação entre a entrada e saída dos sinais. A entrada é caracterizada pelas excitações geradas pelas fontes (vibração do motor, irregularidades na pista). A saída, que é o ponto de interesse, é a vibração da carroceria devido as fontes. A relação entre as amplitudes de saída e entrada, em função da frequência é a transmissibilidade, também chamado de “ganho”.

O modelo clássico (*quarter-car*), Figura 2-26, é uma simplificação que representa apenas um quarto do veículo, a partir dele é possível obter informações iniciais, porém importantes para o desenvolvimento de um protótipo, como as frequências de ressonância da massa suspensa, os coeficientes de amortecimento, as frequências de ressonância da massa não suspensa, a transmissibilidade.

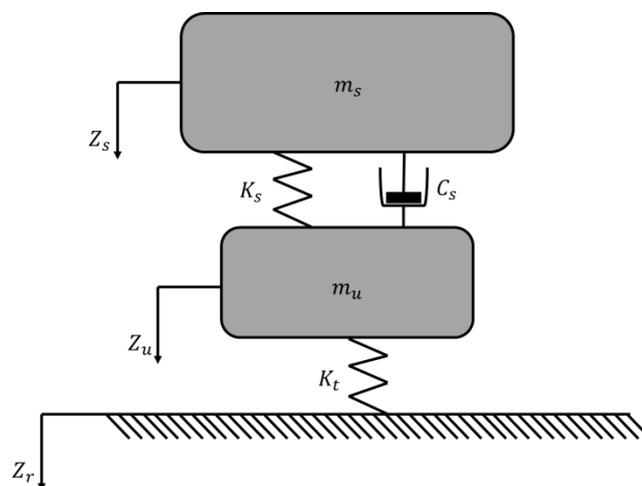


Figura 2-26 - Modelo *quarter-car*

Onde:  $m_s$  = Massa Suspensa

$m_u$  = Massa não suspensa

$K_t$  = Rigidez do pneu

$K_s$  = Rigidez da mola da suspensão

$C_s$  = Amortecimento do amortecedor da suspensão

$Z_s$  = Deslocamento da massa suspensa

$Z_u$  = Deslocamento da massa não suspensa

$Z_r$  = Deslocamento da pista (entrada)

É um sistema que possui dois graus de liberdade ( $Z_s$  e  $Z_u$ ). Por ser um sistema linear, pode-se calcular a frequência natural não-amortecida ( $f_n$ ) e amortecida ( $f_d$ ) da massa suspensa  $M$  com as Equações (2-1) e (2-2), tendo o resultado em Hz. Lembrando que esses valores são aproximações feitas por Gillespie a fim de simplificar os cálculos, na Equação 2-1 ele considera a massa não suspensa ( $m_{us}$ ) desprezível quando comparada com o a massa suspensa ( $m_s$ ) então o cálculo é resumido a duas molas em série, definido pela rigidez equivalente ( $RR$ )

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{RR}{m_s}} \quad (\text{Eq. 2-1})$$

Onde:  $RR = \frac{K_s \cdot K_t}{K_s + K_t}$

$RR$  = Rigidez equivalente da suspensão

$$f_d = f_n \sqrt{1 - \zeta^2} \quad (\text{Eq. 2-2})$$

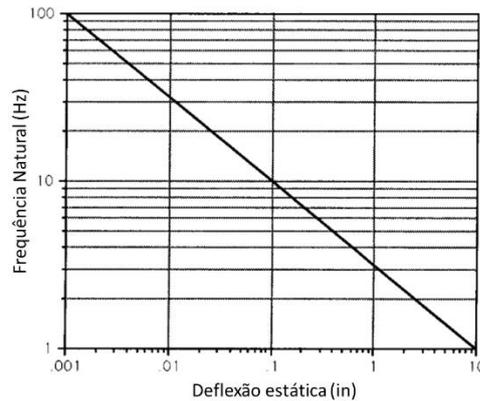
Onde:  $\zeta = \frac{C_s}{\sqrt{4 \cdot K_s \cdot M}}$

$\zeta$  = Fator de amortecimento

Observando o posicionamento da massa não suspensa, percebe-se que a mola principal e o pneu estão posicionados em paralelo, então a frequência natural da massa não suspensa é definida a partir da Equação (2-3), nesta equação ele considera que a massa suspensa é muito superior a massa não suspensa, fazendo com que o movimento da roda não a influencie, reduzindo a um sistema de 1 grau de liberdade com duas molas em paralelo.

$$f_{ns} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_t + K_s}{m_{ns}}} \quad (\text{Eq. 2-3})$$

A relação entre o peso da massa suspensa e a rigidez da mola da suspensão  $m_s \cdot g / K_s$ , representa a deflexão estática da suspensão (Figura 2-27), é usada como um indicativo inicial da capacidade da suspensão de isolar as vibrações, o melhor isolamento do veículo, quanto as excitações da pista, é tendo a frequência natural em torno de 1Hz.



**Figura 2-27** - Frequência natural em função da deflexão estática [1]

A partir da 2ª lei de Newton, podemos escrever as Equações do sistema de *quarter-car* em (2-4) e (2-5).

Para a massa  $m_s$  (massa suspensa):

$$\ddot{Z}_s = \frac{-1}{m_s} [C_s \cdot (\dot{Z}_s - \dot{Z}_u) + K_s \cdot (Z_s - Z_u) + m_s \cdot g] \quad (\text{Eq. 2-4})$$

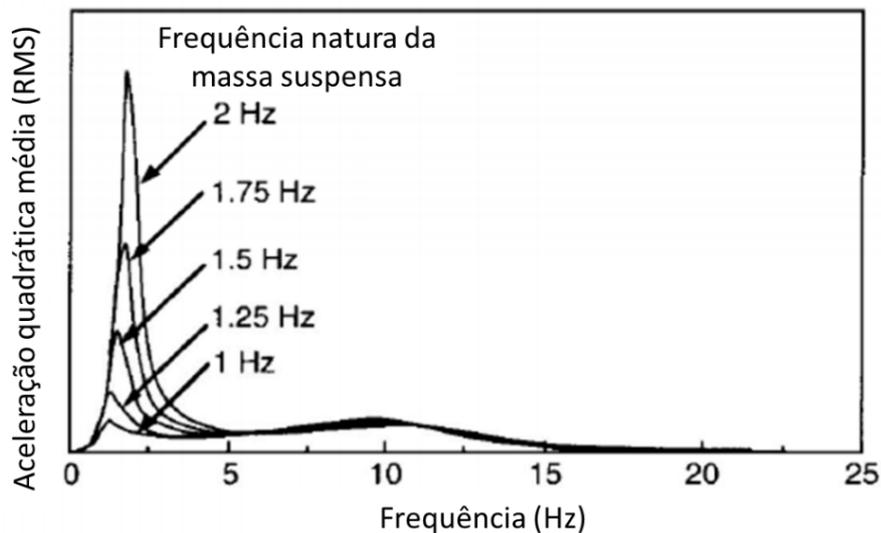
Para a massa  $m_{us}$  (massa não suspensa):

$$\ddot{Z}_u = \frac{-1}{m_{us}} [C_s \cdot (\dot{Z}_u - \dot{Z}_s) + K_s \cdot (Z_u - Z_s) + K_t(Z_u + Z_r) + m_{us} \cdot g] \quad (\text{Eq. 2-5})$$

A partir das Equações (2-4) e (2-5) é possível chegar nas Equações de transmissibilidade entre as diversas entradas e saídas, as respostas no domínio da frequência do sistema.

### 2.3.3 Influência da rigidez da suspensão

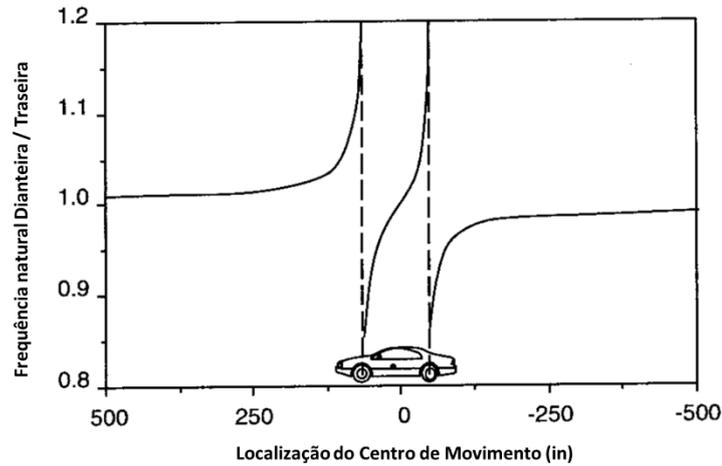
Como já citado, em projetos automotivos, define-se a rigidez da mola a fim de se obter a frequência natural da massa suspensa o mais próximo de 1 Hz. Como foi demonstrado por Gillespie [1], ao se aproximar da frequência de 1 Hz, obtém-se uma redução da aceleração RMS da massa suspensa, nos valores próximos de sua frequência natural, como pode ser visto na Figura 2-28.



**Figura 2-28** - Influência da rigidez da Suspensão [1]

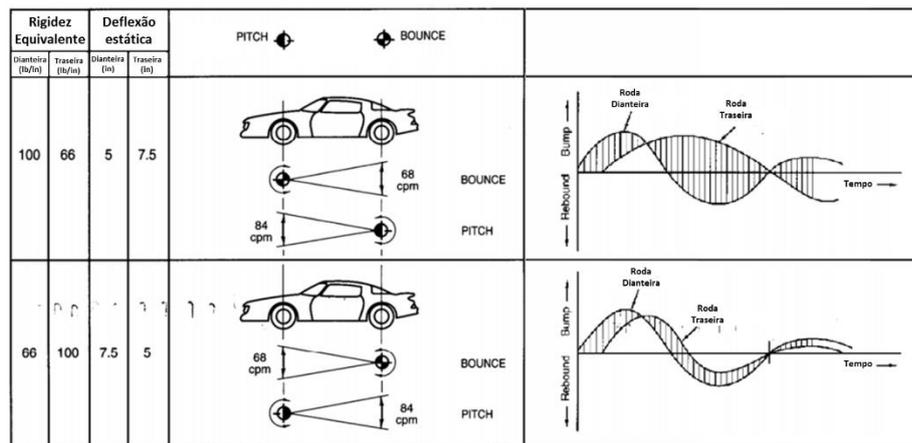
Porém, em veículos onde o objetivo é o desempenho, é comum selecionar a mola para se obter frequências naturais em torno de 2 a 2,5Hz, apesar de reduzir o conforto com uma suspensão mais rígida, desse modo garante-se melhor a manobrabilidade e o contato entre o pneu e o solo [7].

Outro ponto importante é a relação entre a frequência natural dianteira e traseira. Um dos critérios de Olley diz que a frequência natural da traseira tem de ser em torno de 30% maior. Pois, assim, garante-se o acoplamento dos movimentos de *pitch* e *bounce*, ou seja, o movimento de *bounce* vai causar um pouco de *pitch* e vice-versa, o tamanho da influência é definido pelo centro de movimento (Figura 2-29) que sai da relação entre a frequência natural dianteira e traseira [1].



**Figura 2-29** - Centro de Movimento em função das frequências naturais [1]

Por ter a traseira mais rígida, o centro de *bounce* ficaria localizado atrás do veículo, o que minimiza a influência do *pitch*, que é muito mais prejudicial ao conforto, Figura 2-30.



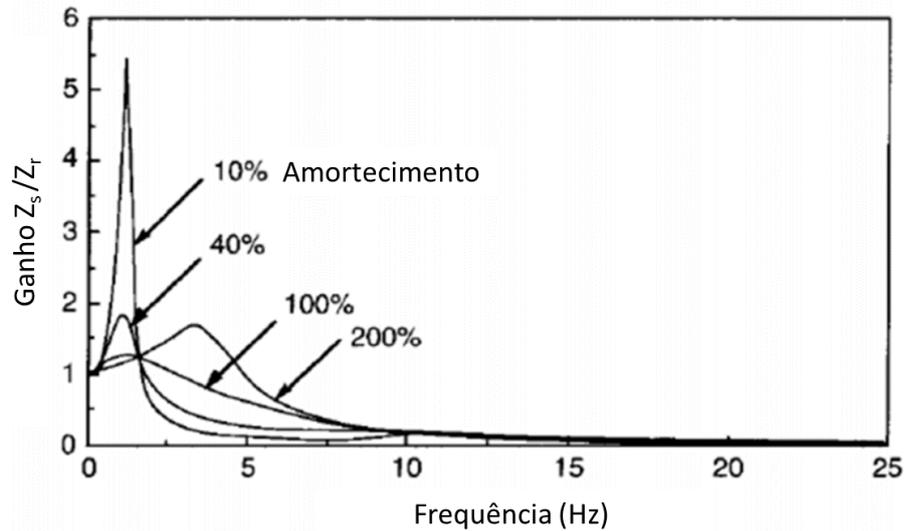
**Figura 2-30** - Influência do posicionamento dos centros de movimento [4]

Para os efeitos de *pitch* nos passageiros, também é importante levar em consideração o posicionamento dos passageiros, pois a distância de cada passageiro até o CG do veículo é um braço de alavanca que aumenta os deslocamentos verticais.

### 2.3.4 Influência do fator de amortecimento

Gillespie define que, para alcançar bons níveis de conforto, o fator de amortecimento  $\zeta$  geralmente deve ficar entre 0,2 e 0,4. Como pode ser visto, para valores inferiores a 20% o ganho do deslocamento da massa suspensa é muito alto na frequência natural da massa suspensa, o que geraria grandes deslocamentos do chassi; e com valores acima de 40%, a

suspensão fica muito rígida, começando a apresentar um ganho alto na frequência natural da massa não suspensa, o que indica que o chassi estaria se movendo junto com a roda. Freitas [5] também afirma que essa mesma faixa, além de ser ideal para o conforto, também é ideal para manter o contato pneu solo. Na Figura 2-31 está ilustrada essa influência.



**Figura 2-31** - Influência do fator de amortecimento [1]

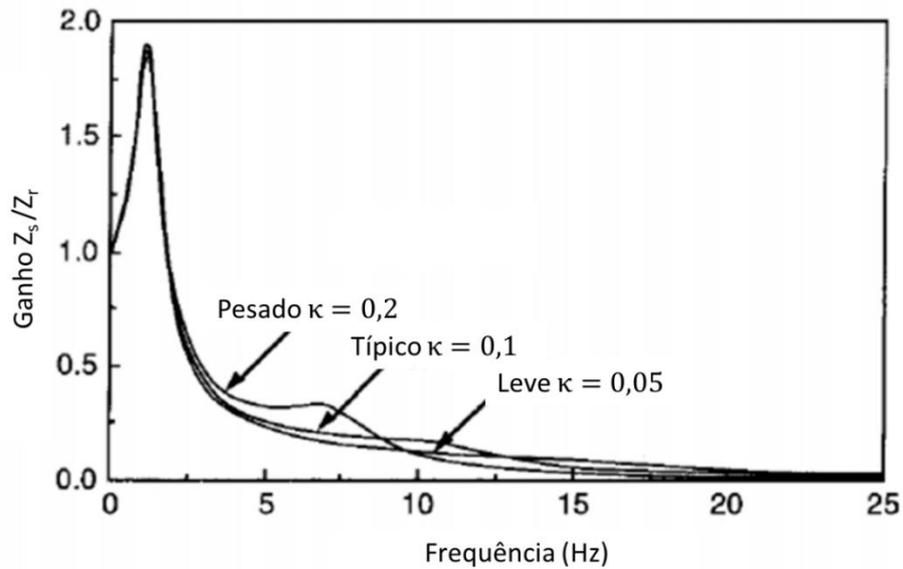
Como os valores utilizados para o fator de amortecimento são relativamente baixos, as frequências naturais amortecida e não amortecida possuem valores muito próximos, então a frequência natural não amortecida,  $f_n$ , é utilizada na caracterização do veículo.

### 2.3.5 Influência da massa não suspensa

Outro fator importante na vibração do chassi é a influência na massa não suspensa. Essa influência é medida pela razão entre as massas suspensa e não suspensa, como visto na Equação 2-6.

$$\kappa = \frac{m_s}{m} \quad (\text{Eq. 2-6})$$

Esse efeito é gerado pela frequência natural da massa não-suspensa, a Figura 2-32 obtida pelo Gillespie, nela estão mostrados o ganho em função da frequência para alguns valores de  $\kappa$ . Onde o típico tem  $\kappa$  em torno de 0,1, o pesado 0,2 e o leve 0,05. Pela Figura percebe-se que menores valores de  $\kappa$ , ou seja, menor massa não suspensa é desejável por manter o ganho em valores pequenos.



**Figura 2-32** - Influência da massa não suspensa [1]

## 2.4 Dinâmica Longitudinal

Antes de iniciar a análise da dinâmica longitudinal, é necessária a introdução de alguns conceitos básicos.

### 2.4.1 Motores de Combustão Interna

Segundo Heywood [8], a proposta dos motores de combustão interna é a produção de potência mecânica através da energia química contida nos combustíveis. Internamente, essa energia é liberada com a queima do combustível ali contido. A mistura ar-combustível e o produto dessa queima são os fluidos de trabalho do motor. O trabalho transferido que corresponde à potência desejada ocorre diretamente entre esses fluidos de trabalho e os componentes mecânicos do motor.

Os motores de combustão interna, tratados nesse trabalho, têm grande aplicação em transporte (terra, céu e mar) e geração de energia, devido à sua simplicidade, robustez e boa relação entre potência gerada e peso.

#### 2.4.1.1 Classificação e Operação

Existem muitos tipos de motores de combustão interna diferentes. Eles podem ser classificados por:

1. Aplicação: Automotiva, ferroviária, aeronáutica, marinha, sistema de potência portátil e geração de energia.
2. Projeto básico do motor: Alternativo (subdividindo ainda na disposição dos cilindros: ex. em linha, V, radial, oposto) e rotativo (Wankel e outras geometrias).
3. Ciclos de trabalho: Motores a quatro tempos e a dois tempos
4. Projeto e local das Válvulas: *Overhead (OHV)*, *underhead (L-valves)* e válvulas rotativas
5. Combustível: Gasolina, óleo diesel, gás natural e etanol, entre outros.
6. Método de preparação da mistura: Carburado e Injeção eletrônica
7. Método de ignição: Centelha por vela ou ignição por compressão
8. Método de resfriamento: Resfriamento por água, resfriamento por ar e sem resfriamento (Somente convecção e radiação natural)

A Tabela I-1 (Anexo I) mostra as aplicações mais comuns de motores de combustão interna, o tipo de motor utilizado para cada classificação e a variação de potência utilizada em cada tipo de serviço.

Nesse trabalho detalha-se as características de motores com similaridade ao regulamentado pela SAE. No Regulamento Baja SAE Brasil (RBSB), os motores aceitos devem seguir a seguinte descrição (RBSB 5 – Item 5.7):

“No Brasil são aceitos todos os motores Briggs&Stratton, 4 tempos, monocilíndrico, com potência de 10HP série 20 código 205432, 205437 ou 205332, refrigerado a ar.”

As características desse motor estão dispostas na Tabela 2-1, abaixo.

**Tabela 2-1** - Características do motor regulamentado

Características	Motores Briggs&Stratton - 10HP
Aplicação	Sistema de potência portátil (Estacionário)
Projeto Básico	Alternativo (Monocilíndrico)
Ciclos de Trabalho	4 tempos
Projeto e Local de Válvulas	Overhead (OHV)
Combustível	Gasolina
Método de preparação da mistura	Carburado
Método de ignição	Centelha por vela
Método de resfriamento	Resfriamento por ar

As principais diferenças entre os motores de 2 tempos e o de 4 tempos são detalhadas na Tabela 2-2.

**Tabela 2-2 - Motores 2T e 4T**

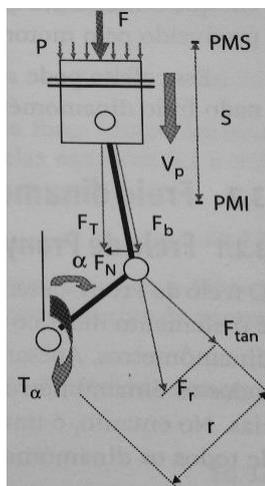
Diferenças	4T	2T
Sistema Mecânico	Mais complexo	Mais simples; Ausência de válvulas e eixo de comando
Alimentação	Boa	Ruim; Perda de mistura no escape; Presença de lubrificante
Lubrificação	Boa	Ruim; Presença de combustível

#### 2.4.1.2 Propriedades e Curvas características

Para estudo da dinâmica longitudinal de um veículo, é necessário conhecer as características de desempenho do motor. Para isso, é utilizado um conjunto de propriedades que, além de fornecer informações relevantes sobre suas condições de funcionamento, pode gerar curvas que irão caracterizá-los individualmente.

##### 2.4.1.2.1 Torque (T)

A Figura 2-33 mostra o sistema pistão-biela-manivela de um motor alternativo formando o mecanismo responsável pelo estabelecimento de um momento torçor em seu eixo de manivelas composta por  $F_r$  e pela força normal. A força  $F$  resultante no pistão composta pela força  $F_r$  e pela normal  $F_n$ , transmite-se à biela e desta à manivela, dando origem a uma força tangencial  $F_{tan}$  e conseqüentemente a um momento instantâneo no eixo do motor.



**Figura 2-33-** Sistema pistão-biela-manivela

#### 2.4.1.2.2 Potência efetiva ( $N_e$ )

Além do torque, que já foi definido e cuja medição exige o uso de um freio, existem outras propriedades que descrevem as características do motor, seja quanto ao desempenho, seja quanto à eficiência.

A potência efetiva é a potência medida no eixo do motor. Ela é dada pela Equação 2-8:

$$N_e = T\omega = T \cdot 2\pi \cdot n \quad (\text{Eq. 2-7})$$

Onde  $\omega$  é a velocidade angular do eixo dado, por exemplo, em rad/s e  $n$  é a rotação. Para  $T$  em Nm,  $n$  em rpm e  $N_e$  em kW, temos:

$$N_e = \frac{T \cdot n}{9549} \quad (\text{Eq. 2-8})$$

#### 2.4.1.2.3 Consumo Específico ( $C_e$ )

É a relação entre o consumo de combustível e a potência efetiva. Pode-se relacionar com a eficiência global:

$$C_e = \frac{632}{pci \cdot \eta_g} \quad (\text{Eq. 2-9})$$

Onde,  $pci$  é o poder calorífico inferior do combustível (kcal/kg),  $\eta_g$  é a eficiência global e  $C_e$  é o consumo específico (kg/CVh).

As propriedades dos motores apresentados variam em função das condições de funcionamento. Para visualização dessa variação são construídas curvas características a partir de ensaios em laboratórios. As mais usuais são as curvas a plena carga de potência ( $N_e$ ), Torque ( $T$ ) e consumo específico ( $C_e$ ) em função da rotação, como mostrado nas Figuras 2-34 e 2-35.

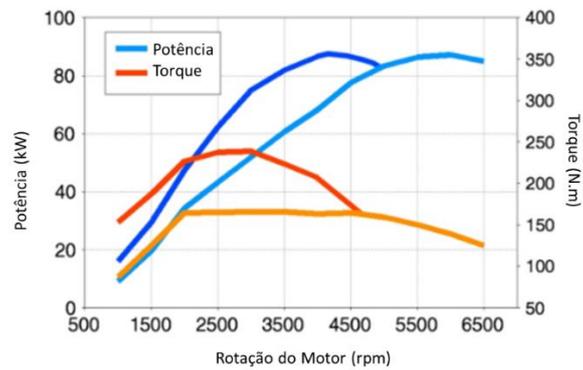


Figura 2-34 - Curvas características de um motor

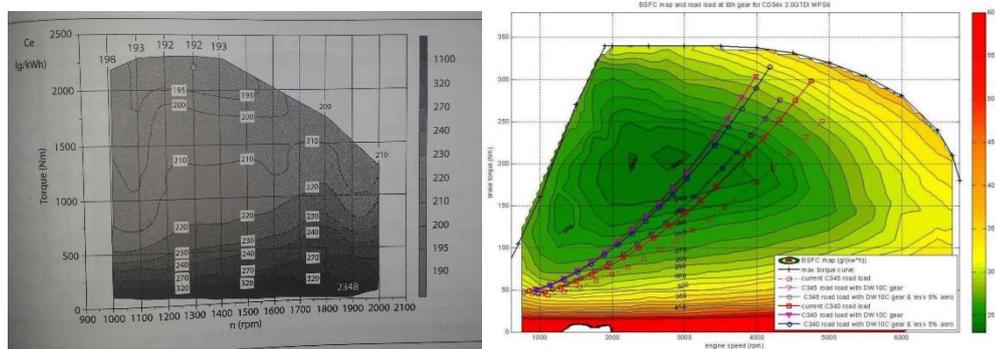


Figura 2-35 - Curva Características com consumo

### 2.4.1.3 Motor Utilizado

Como descrito no tópico anterior, o motor utilizado no projeto baja SAE é definido pelo regulamento. Segundo o *RBSB 5 – Requisitos gerais do veículo*, temos:

“Os veículos devem ser equipados com um único motor do tipo Briggs&Stratton, 4 tempos, monocilíndrico, com potência de 10HP série 20 código 205432, 205437, 205332 ou 20S232, refrigerado a ar.” (RBSB 5, item 5.7)



Figura 2-36 - Motor Briggs&Stratton 10HP

O motor da Briggs&Stratton é especificado pelo fabricante como um gerador, Figura 2-36. Esse motor é de ciclo Otto de 4 tempos e do tipo OHV (Motor com Válvulas no cabeçote), onde as válvulas se encontram no cabeçote e o comando de válvulas no bloco. O motor apresenta duas válvulas por cilindro, possui bloco e cabeçote confeccionados em alumínio para melhor dissipação de calor e menor peso, alimentação mecânica por meio de um carburador de corpo simples, e boa modularidade para os protótipos do projeto Baja SAE por se tratarem de motores com torque e potência máxima em baixas rotações (low-end torque), conferindo autonomia relativamente satisfatória e boa relação peso-potência. As especificações do motor são mostradas na Tabela 2-3 [9].

**Tabela 2-3** - Especificações técnicas do motor Briggs&Stratton 10 hp (BRIGGS&STRATTON – 2015) [9].

Especificações	
Cilindrada	305cc
Potência	10HP
Diâmetro do Cilindro	79,2 mm
Curso do Pistão	62,0 mm
Capacidade do Tanque	3,8 L
Válvulas	OHV
Filtro de Ar	Duplo (espuma e Papel)
Lubrificação	Splash
Peso	23,4 Kg

As curvas características desse motor são fornecidas pelo fabricante. A Figura 2-37 mostra a curva de potência do motor, atingindo sua maior potência na sua maior rotação, 10HP@4000rpm. A Figura 2-38 mostra a curva de torque do motor, onde o maior torque é obtido em torno de 2600 rpm.

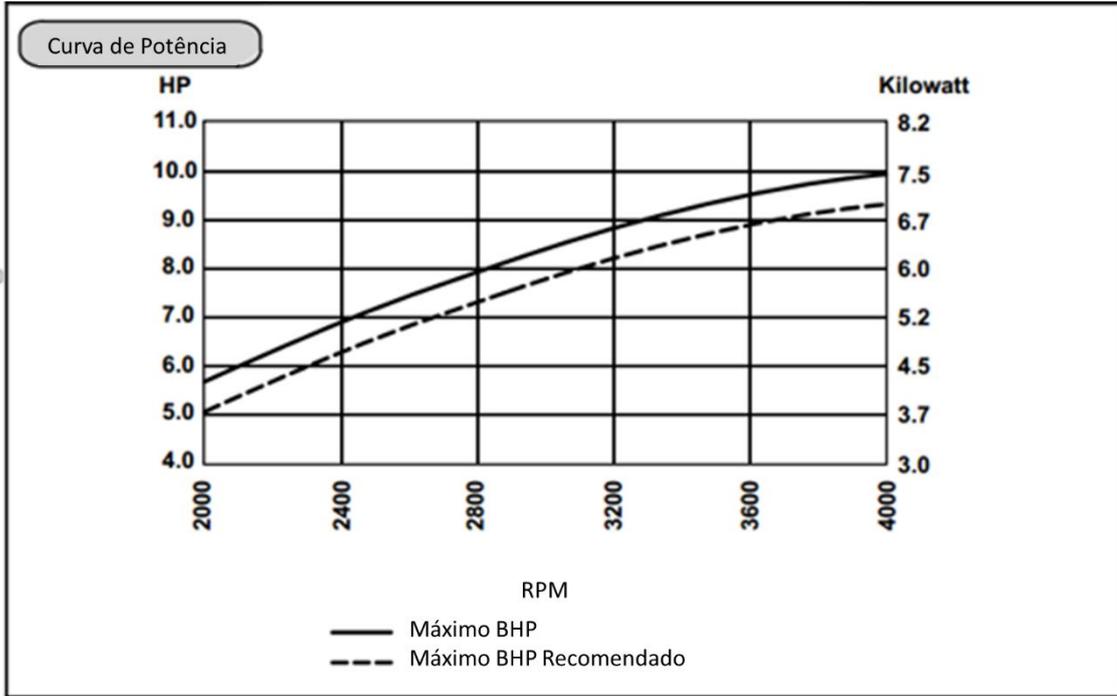


Figura 2-37 - Curva de Potência

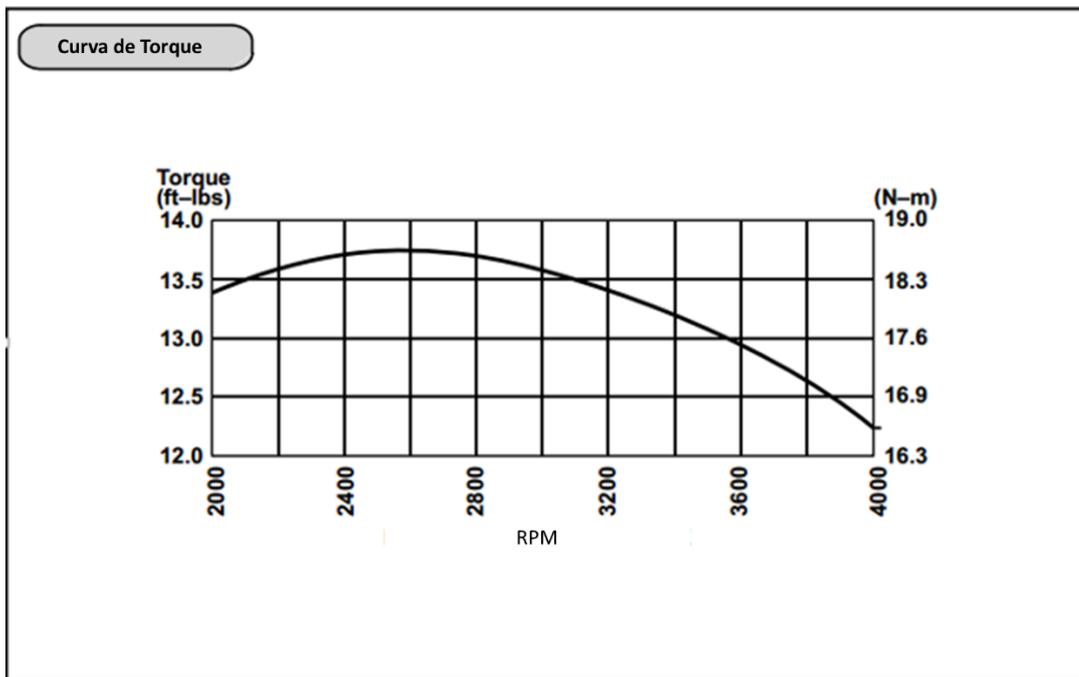


Figura 2-38 - Curva de Torque

## 2.4.2 Tipos de Transmissão

### 2.4.2.1 Introdução

As transmissões são necessárias para adequar a velocidade angular e o torque oriundos de uma fonte de potência para uma devida aplicação. Pode-se usar o exemplo do projeto baja SAE: se o motor fosse conectado direto nas rodas, teria uma velocidade referente à rotação mínima do motor de 180 km/h com uma força trativa de 90 N, ou seja, dados irreais para aplicação.

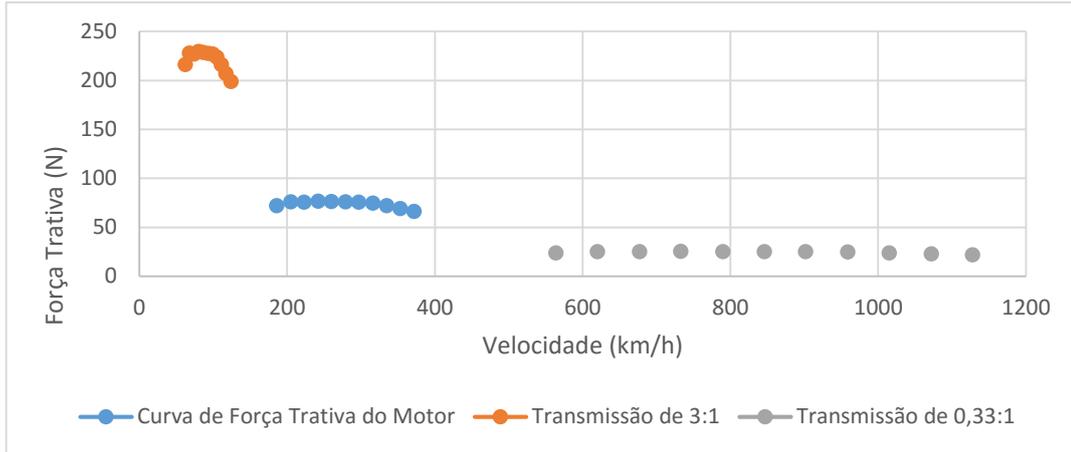
Por definição, a relação de transmissão é o número que representa o quanto haverá de redução da rotação de entrada para a rotação de saída. Essa redução afeta o torque de maneira inversamente proporcional.

Segundo Meywerk [10], a relação de transmissão,  $i_z$ , é a relação entre a velocidade de entrada  $n_{iz}$  e a velocidade de saída  $n_{oz}$  da transmissão.

$$i_z = \frac{n_{iz}}{n_{oz}}; z = 1, \dots, N_{z \max} \quad (\text{Eq. 2-10})$$

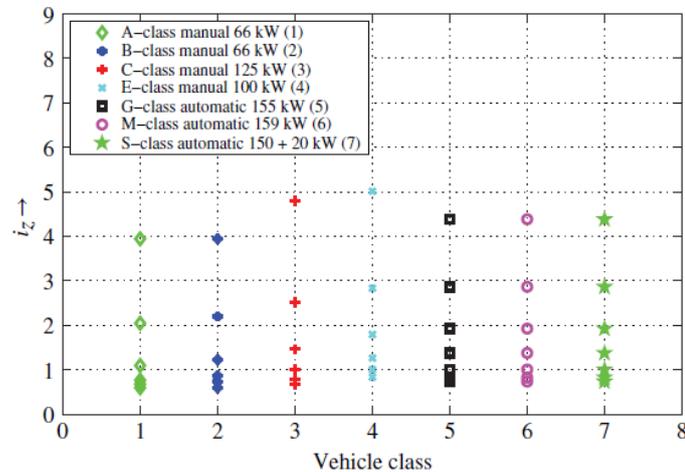
O indicador  $z$  significa o estágio da transmissão com  $N_{z \max}$  reduções.

A Figura 2-39 mostra a curva hipotética de um motor e duas reduções relacionadas, uma de 3:1, onde se reduz a velocidade pelo fator de 3 e multiplica-se a força pelo mesmo fator, e outra de 0,33:1, na qual ocorre o contrário. Nessa análise com dados hipotéticos, a redução de 3:1 seria considerada a redução curta, pois aumenta a força na roda e diminui a velocidade final, e a de 0,33 seria a redução longa, que diminui a força trativa, porém aumenta a velocidade final.



**Figura 2-39** - Gráfico comparativo entre transmissões

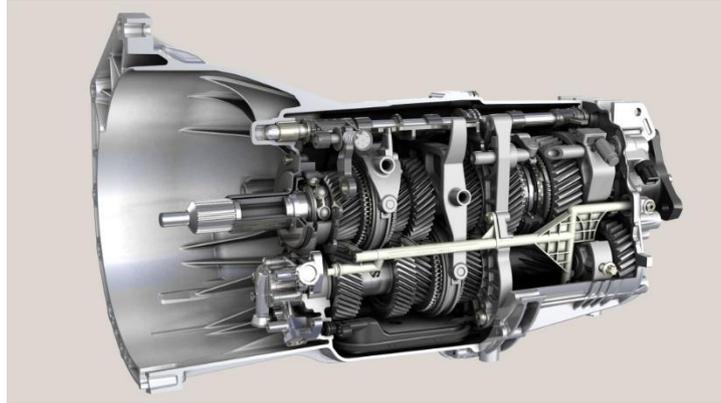
Para um veículo, é necessário atingir um desempenho mínimo para a execução das suas atividades propostas, como força trativa para transporte de uma carga específica e uma velocidade minimamente aceitável. Por isso, uma só relação de transmissão não atende essas necessidades, precisando se utilizar de mais uma redução. A mudança dessas relações pode ser manual ou automática. A Figura 2-40 mostra as relações de transmissão de carros da Mercedes [10].



**Figura 2-40** - Relações de transmissão de alguns veículos da Mercedes-Benz [10]

#### 2.4.2.2 Transmissão Manual

A transmissão manual, conhecida como câmbio manual, é um dispositivo que utiliza engrenagens para permitir ao condutor optar por maior ou menor velocidade e torque em função das condições de carga do veículo e do terreno em que trafega, de modo a obter maior eficiência em relação ao consumo de combustível e tempo de deslocamento. A Figura 2-41 mostra um exemplo desse tipo de transmissão.

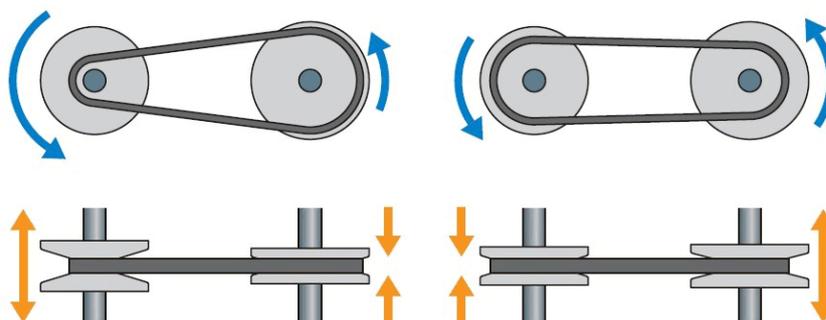


**Figura 2-41** - Câmbio Manual [10]

A quantidade de marchas ou velocidades, teoricamente, é ilimitada, no entanto, na prática, por problemas de espaço, peso, custo e mesmo de complexidade em termos de dirigibilidade, a caixa de velocidades pode possuir de 5 a 16 marchas para veículos pesados como caminhões e veículos fora de estrada e 5 marchas para veículos de passeio.

#### 2.4.2.3 Transmissão Continuamente Variável

Transmissão continuamente variável (em inglês: *Continuously variable transmission - CVT*) é um tipo de transmissão que permite uma quantidade infinita de relações de marcha, uma vez que funciona com um sistema de duas polias de tamanhos diferentes interligadas por uma correia, que pode ser metálica ou de borracha, em vez de engrenagens com determinados tamanhos (Figura 2-42).



**Figura 2-42** - Mudança de relação em um conjunto CVT

Nos carros, além da aceleração contínua, sem trancos, o que dá a impressão de que o carro nunca troca de marchas, o sistema CVT, proporciona economia de combustível em relação a todos os demais sistemas, sejam automáticos ou manuais.

## Capítulo 3

### 3 Metodologia

Neste item serão explicados os métodos utilizados para as análises da dinâmica veicular, incluindo os testes realizados para compreender o perfeito funcionamento de componentes e testes em protótipos antigos para se obter valores esperados em determinadas situações, além dos softwares utilizados no auxílio da interpretação desses dados e criação de modelos que auxiliem no estudo.

#### 3.1 Dinâmica Lateral

Para fazer a análise da dinâmica lateral do veículo foi utilizado o software *Lotus suspension analysis v4.03*, que será melhor explicado posteriormente. Também se usou de testes realizados no amortecedor, bem como testes no protótipo anterior (protótipo 2015 equipe Mud Runner). Os dados obtidos serão analisados junto às Equações obtidas na literatura.

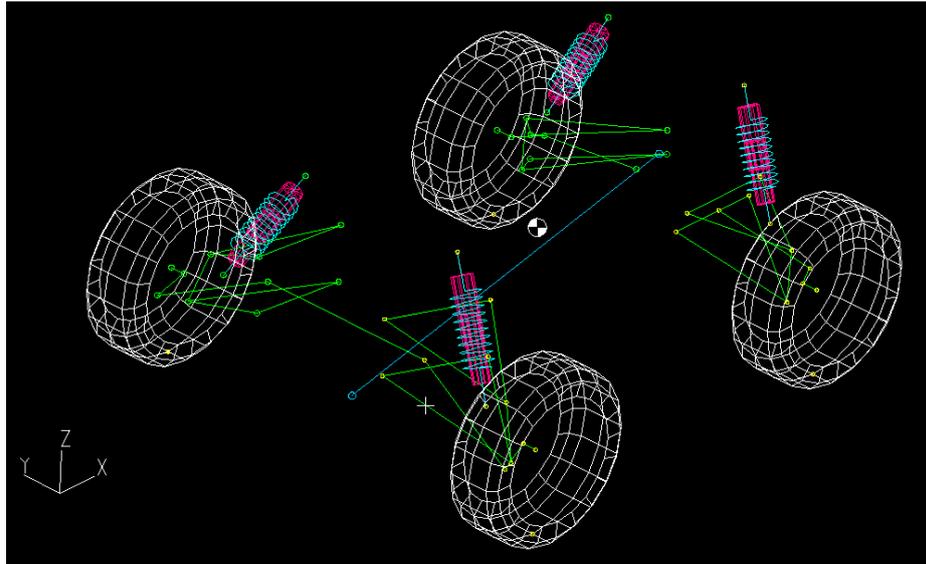
Com os dados obtidos nos testes de aceleração com o protótipo anterior, terá um valor limite para a aceleração lateral que será usada em grande parte dessa análise.

Serão feitas análises qualitativas das curvas obtidas, indicando suas influências, uma análise da transferência de carga e como isso influencia no comportamento do veículo, os limites de tombamento e um estudo sobre o gradiente de sobre-esterçamento.

##### 3.1.1 Lotus

Para entender o funcionamento da suspensão em determinadas condições, é necessário compreender como é o comportamento de seus mais variados parâmetros, como altura do centro de rolagem, cambagem, convergência, em situações de rolagem, esterçamento, movimento vertical da roda.

Para isso a geometria do protótipo foi inserida no programa *Lotus suspension analysis v4.03* (Figura 3-1), onde é possível facilmente obter essas curvas, como variação de cambagem com o esterçamento do volante, entre outras, que estarão demonstradas no capítulo 5.



**Figura 3-1** - Software *Lotus* com o protótipo Mud Runner 2016

As curvas obtidas no software serão analisadas a fim de entender como o veículo irá se comportar e garantir o conforto e segurança do veículo em situações de curva.

### 3.1.2 Transferência de Carga

A partir das curvas de variação da altura do Roll Center em função do ângulo de rolagem, obtida junto ao software *Lotus suspension analysis v4.03* e as Equações definidas por Gillespie para calcular o ângulo de rolagem (Equação 3-1) e a transferência de carga (Equação 3-2), sendo a Equação da transferência de carga da traseira calculada de forma análoga.

$$\Phi = \frac{Wh_1a_y}{K_{\Phi f} + K_{\Phi r} - Wh_1} \quad (\text{Eq. 3-1})$$

$$\Delta F_{zf} = \frac{K_{\Phi f} \Phi + W_f h_f a_y}{t_f} \quad (\text{Eq. 3-2})$$

Onde:  $W$  é a massa suspensa total do veículo,  $a_y$  a aceleração lateral,  $\Phi$  o ângulo de rolagem,  $t$  a bitola,  $h$  a altura do centro de rolagem,  $W_f$  e  $W_r$  as massas suspensas dianteira e traseira respectivamente, onde existe os indicadores  $f$  e  $r$  são para diferenciar os valores da dianteira e traseira respectivamente,  $h_1$  é a distancia do eixo de rolagem e o CG, sendo aproximado na Equação:

$$h_1 = h_{CG} - \left( h_f + \left| h_f - h_r \right| \left( \frac{W_r}{W} \right) \right) \quad (\text{Eq. 3-3})$$

E  $K_\phi$  é a Rigidez ao rolamento, definido por:

$$K_\phi = 0,5 * K_s \frac{\Delta l_{\text{mola}}}{\Delta z_{\text{tire}}} * t^2 \quad (\text{Eq. 3-4})$$

Onde  $\frac{\Delta l_{\text{mola}}}{\Delta z_{\text{tire}}}$  é a relação entre a compressão da mola e o deslocamento do pneu.

Como pode ser visto, a rolagem influencia na altura do centro de rolagem e vice-versa, por isso o cálculo da transferência de carga, levando em consideração a variação do centro de rolagem será feita a partir de uma rotina no *software* Matlab fazendo com que para cada aceleração lateral, uma conta vai alimentando a outra até alcançar uma variação menor que 0,0001 rad para o ângulo de rolagem. Ao serem inseridos os valores dinâmicos do roll center será possível obter valores mais fidedignos da transferência de carga.

### 3.1.3 Gradiente de Sobre-esterçamento

Conforme explicado no item 2.2.5, este gradiente é definido pelo somatório de vários fatores, sendo de grande importância para conhecer o comportamento em curva com valores significativos de aceleração lateral do veículo. Todos os gradientes estarão explicados nos itens seguintes

#### 3.1.3.1 K-Tire

Este coeficiente é gerado pela força lateral por causa do angulo de deriva. Cada pneu tem o seu próprio coeficiente de rigidez ao esterçamento, a medição deste coeficiente necessita de uma máquina específica, o que torna muito difícil caracterizá-lo.

$$K_{\text{tire}} = \frac{W_f}{C_{\alpha_f}} - \frac{W_r}{C_{\alpha_r}} \quad (\text{Eq. 3-5})$$

#### 3.1.3.2 K-Camber

Este coeficiente é gerado pela força lateral causada pela cambagem, e é definido pela variação de cambagem gerada pela rolagem do veículo ( $\frac{\partial \gamma_r}{\partial \phi}$ ), onde  $C_\gamma$  é o coeficiente de rigidez à cambagem e  $\partial \Phi / \partial a_y$  a variação de rolagem em função da aceleração lateral:

$$K_{camber} = \left( \frac{C_{\gamma_f} \partial \gamma_f}{C_{\alpha_f} \partial \Phi} - \frac{C_{\gamma_r} \partial \gamma_r}{C_{\alpha_r} \partial \Phi} \right) \frac{\partial \Phi}{\partial a_y} \quad (\text{Eq. 3-6})$$

### 3.1.3.3 K-Roll steer

Este coeficiente, como o nome já diz, é o esterçamento das rodas em função da rolagem ( $\varepsilon$ ).

$$K_{roll\ steer} = (\varepsilon_f - \varepsilon_r) \frac{\partial \Phi}{\partial a_y} \quad (\text{Eq. 3-7})$$

### 3.1.3.4 K-Aligning torque

Este coeficiente é gerado pelo rastro mecânico ( $p$ ), como explicado anteriormente o caster tende a gerar o torque de auto-alinhamento, este torque cria o efeito de, ao soltar o volante após uma curva, as rodas tenderem a se auto alinharem.

$$K_{at} = W \frac{p}{L} \frac{C_{\alpha_f} + C_{\alpha_r}}{C_{\alpha_f} C_{\alpha_r}} \quad (\text{Eq. 3-8})$$

### 3.1.3.5 K-lateral load transfer

O  $K_{lt}$  é causado pela transferência de carga em curvas. Junto com o K-tire é o mais influente e é definido pela Equação 3-9.

$$K_{lt} = \frac{W_f}{C_{\alpha_f}} \frac{2b\Delta F_{zf}^2}{C_{\alpha_f}} - \frac{W_r}{C_{\alpha_r}} \frac{2b\Delta F_{zr}^2}{C_{\alpha_r}} \quad (\text{Eq. 3-9})$$

O termo  $b$  é o coeficiente do termo quadrático da curva de Força lateral em função do ângulo de deriva.

### 3.1.3.6 K-Traction force

Ao tracionar as rodas, acaba limitando a deformação máxima lateral que o pneu pode resistir, influenciando assim no comportamento em curva do veículo. Vale ressaltar que esse fator é utilizado nas rodas trativas, nas outras o  $F_x$  será zero.

$$K_{tf} = - \left( \frac{W_f F_{xf}}{C_{\alpha_f} C_{\alpha_f}} - \frac{W_r F_{xr}}{C_{\alpha_r} C_{\alpha_r}} \right) \quad (\text{Eq. 3-10})$$

## 3.2 Dinâmica Vertical

A análise da dinâmica vertical do veículo foi realizada a partir da criação de modelos não-lineares com diversos fatores de não linearidades, como a influência da geometria da suspensão. Os modelos foram desenvolvidos no *software Matlab*. Para compreender melhor os modelos, os mesmos serão comparados com os modelos lineares, além disso será avaliado a influência de cada fator de não-linearidade separadamente.

Além de comparar as respostas dinâmicas (no domínio do tempo), serão analisados fatores como as frequências naturais da massa suspensa dianteira e traseira, a relação entre ambas, amplitudes de movimento e aceleração RMS.

### 3.2.1 Simulações

Serão realizadas algumas simulações, tanto para comparar os modelos e verificar as influências, quanto para analisar os resultados e caracterizar o comportamento do protótipo.

A resolução N°39/1998 do CONTRAN [11] define as dimensões de um quebra-molas em 1,5 metros de comprimento e 0,08 metros de altura, junto com as dimensões estipula a velocidade indicada para superar o obstáculo como sendo 20 km/h.

A fim de comparar as mais variadas situações a qual o veículo possa ser submetido, serão realizadas duas análises, uma com velocidade de 5 m/s (18 km/h) e outra a 10 m/s (36 km/h), garantindo assim uma passagem abaixo da velocidade indicada e outra acima.

Como o protótipo está sujeito a terrenos muito acidentados, é possível que ele seja submetido a alguns saltos, para simular isso, será feito uma análise com uma queda de 0,5 metros.

### 3.2.2 Massas e Momentos de Inércia

Para a realização das simulações, além dos valores de rigidez, amortecimento e condições da pista, é preciso conhecer as massa e momentos de inércia dos modelos. Para

definir as massas, foi medido o protótipo antigo com o piloto, chegando-se aos seguintes valores:

**Tabela 3-1** Dados do protótipo MR15

Dados protótipo MR15	
Massa Total	299,2 kg
Distribuição Dianteira-Traseira	40-60
Altura do CG	539,7 mm
Massa não suspensa dianteira	11 Kg
Massa não suspensa traseira	15,5 kg

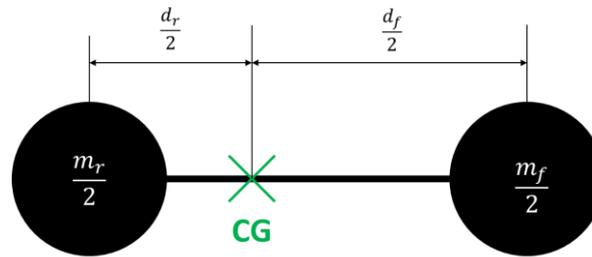
Um dos objetivos da equipe para o protótipo novo é a redução de 10% do peso. Estão serão utilizados os seguintes valores:

**Tabela 3-2** Dados do protótipo MR16

Dados protótipo MR16	
Massa Total	270 kg
Distribuição Dianteira-Traseira	40-60
Altura do CG	500 mm
Massa não suspensa dianteira	10 kg
Massa não suspensa traseira	14 kg

Reduziu-se um pouco a altura do CG pois alguns componentes relativamente pesados, como o Motor e a CVT, serão posicionados com alturas menores.

Para se determinar o valor dos momentos de inércia, utilizou-se uma aproximação geométrica, assumindo que o toda a massa suspensa traseira esteja concentrada na metade do caminho entre o CG e as rodas traseiras e a massa suspensa dianteira entre o CG e as rodas dianteiras. Para o modelo de 4 graus de liberdade (*half-car*) foi utilizado metade da massa, conforme a Figura 3-2.



**Figura 3-2** - Distribuição de massa aproximada

Sendo o momento de inércia calculado de acordo com a Equação 3-11.

$$J = \sum m_i d_i^2 \quad (\text{Eq. 3-11})$$

O momento de inércia de *roll* será calculado analogamente, mas com a massa suspensa traseira multiplicada por metade bitola traseira e a massa suspensa dianteira multiplicada por metade da bitola dianteira. Sendo a bitola dianteira 1,37 m e a traseira 1,2 m, valores obtidos no *software* Lotus.

Assim teremos os momentos de inércia calculados, mostrados na Tabela 3-3:

**Tabela 3-3** Valores dos momentos de inércia calculados

Momentos de Inércia	
<i>Pitch</i> modelo <i>half-car</i>	31,43 kg.m <sup>2</sup>
<i>Pitch</i> modelo <i>full-car</i>	62,86 kg.m <sup>2</sup>
<i>Roll</i>	141,14 kg.m <sup>2</sup>

### 3.2.3 Modelo Linear

Serão utilizados modelos lineares com 2 e 4 graus de liberdade. Esses modelos já são conhecidos na literatura, serão expostas aqui apenas as matrizes correspondentes a cada modelo. O modelo com 2 graus de liberdade já foi explicitado no item 2.3.2. A Figura 3-3 mostra o modelo com 4 graus de liberdade. O modelo na forma matricial segue a Equação 3-12 e as Equações 3-13, 3-14, 3-15 e 3-16 são as matrizes que definem o modelo [12].

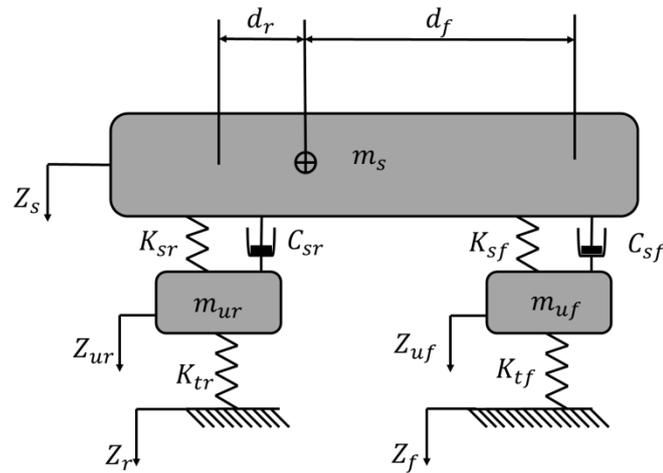


Figura 3-3 - Modelo linear com 4 graus de liberdade

$$[M]\ddot{\vec{x}}(t) + [C]\dot{\vec{x}}(t) + [K]\vec{x}(t) = \vec{F}(t) \quad (\text{Eq. 3-12})$$

Onde:

$$[M] = \begin{bmatrix} m_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{uf} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_{ur} \end{bmatrix} \quad (\text{Eq. 3-13})$$

$$[C] = \begin{bmatrix} C_{sf} + C_{sr} & C_{sf} df - C_{sr} dr & -C_{sf} & -C_{sr} \\ C_{sf} df - C_{sr} dr & C_{sf} df^2 + C_{sr} dr^2 & -C_{sf} df & C_{sr} dr \\ -C_{sf} & -C_{sf} df & C_{sf} & 0 \\ -C_{sr} & -C_{sr} dr & 0 & C_{sr} \end{bmatrix} \quad (\text{Eq. 3-14})$$

$$[K] = \begin{bmatrix} K_{sf} + K_{sr} & K_{sf} df - K_{sr} dr & -K_{sf} & -K_{sr} \\ K_{sf} df - K_{sr} dr & K_{sf} df^2 + K_{sr} dr^2 & -K_{sf} df & K_{sr} dr \\ -K_{sf} & -K_{sf} df & K_{sf} + K_{tf} & 0 \\ -K_{sr} & -K_{sr} dr & 0 & K_{sr} + K_{tr} \end{bmatrix} \quad (\text{Eq. 3-15})$$

$$\vec{F}(t) = \begin{pmatrix} -m_s g \\ 0 \\ -m_{usf} g + f_1 K_{tf} \\ -m_{usr} g + f_2 K_{tr} \end{pmatrix} \quad (\text{Eq. 3-16})$$

Onde,  $f_1$  e  $f_2$  são as equações referidas às irregularidades na roda dianteira e traseira respectivamente.

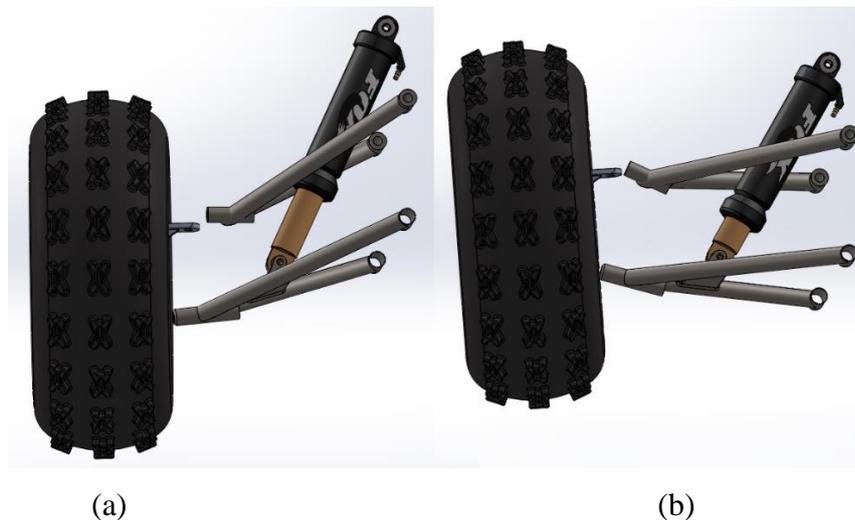
### 3.2.4 Modelo Não-Linear

Após uma análise dos modelos de vibração lineares clássicos, comparando suas premissas com as encontradas durante a utilização dos protótipos do tipo baja SAE, foi possível perceber que este modelo não reproduz o comportamento real do veículo.

Tal conclusão deve-se ao fato do modelo possuir algumas simplificações que acabam por trazer resultados muito diferentes do real. Essas simplificações são:

- Assumir que o amortecedor fica constantemente na vertical;
- Considerar que cada movimento no pneu é transmitido integralmente para o amortecedor (se o pneu subir 50 mm, serão 50 mm de compressão no amortecedor);
- Assumir que existe o contato constante entre o pneu e o solo
- Utilização de uma mola de rigidez constante.

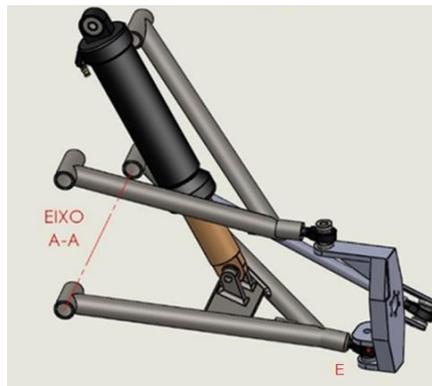
Nos protótipos a inclinação do amortecedor e sua variação influenciam bastante na direção da força exercida pelo componente, como é mostrado na Figura 3-4. Torna-se necessário, então, usar um modelo de vibração que abranja todas essas não linearidades que ocorrem durante a utilização do Baja.



**Figura 3-4** - Imagem do protótipo, demonstrando a variação de inclinação do amortecedor, obtido pelo software SolidWorks.

### 3.2.4.1 Geometria das Balanças

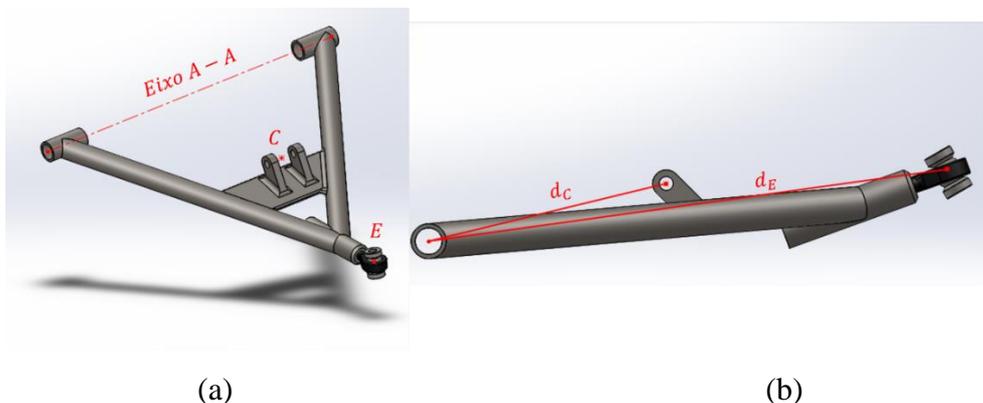
O protótipo sendo analisado utiliza o sistema de balança duplo A (*doublewishbone*), tanto na suspensão dianteira quanto na traseira. O trabalho da suspensão será levado em conta nesse modelo. Para encontrar o meio termo entre simplicidade e representatividade [13], algumas simplificações foram feitas, como assumir que não existirá a variação de cambagem, tornando necessário descrever apenas o movimento da balança onde está fixo o amortecedor, a inferior no conjunto da dianteira e a superior no conjunto da traseira.



**Figura 3-5** - Suspensão dianteira, dando evidência no eixo de rotação A-A e no ponto E

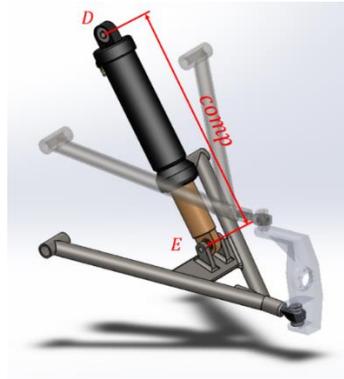
A Figura 3-5 mostra a suspensão dianteira, dando evidência no eixo A-A, que é onde a balança é fixada no chassi, e o ponto e que será assumido como o ponto onde será fixado a “mola” do pneu. O que reproduz bem o trabalho da suspensão, garantindo que a movimentação do pneu irá gerar uma rotação da balança.

A partir da relação entre as distancias do eixo de rotação A-A até os pontos de fixação do pneu e do amortecedor na balança (ponto C), será definida a relação entre o movimento vertical do pneu e o movimento vertical do ponto C, Figura 3-6.



**Figura 3-6** - Pontos importantes da balança

Tendo o eixo de rotação, a distância até o mesmo e a posição em Z em um determinado instante, é possível determinar facilmente as coordenadas cartesianas do ponto do amortecedor E. Medindo a distância deste ponto até o ponto de fixação no chassi do amortecedor (D) tem-se o valor de compressão do amortecedor, Figura 3-7.



**Figura 3-7** - Compressão do Amortecedor

Vale ressaltar que o movimento em Z de cada roda é uma função de todos os movimentos da massa suspensa (vertical, roll e pitch) e não suspensa, a Equação 3-17 é um exemplo do valor de Z para a roda frontal direita no modelo de 7 graus de liberdade. Os termos  $\Phi$  (*pitch*) e  $\theta$  (*roll*) só aparecem a partir do modelo de 4 e 7 graus de liberdade, respectivamente. O sinal referente ao *pitch* e o *roll* dependem da posição da roda, sendo positiva para *pitch* na traseira e positiva para *roll* na esquerda.

$$Z_{fr} = z_{ns} - z_s - df \cdot \theta - dfr \cdot \Phi \quad (\text{Eq. 3-17})$$

Onde,  $Z_{fr}$  é o deslocamento da roda dianteira direita em relação ao veículo,  $Z_{ns}$  o movimento absoluto da roda dianteira direita,  $Z_s$  o movimento do chassi,  $df$  o braço de alavanca para o *pitch* e  $dfr$  o braço de alavanca para o *roll*.

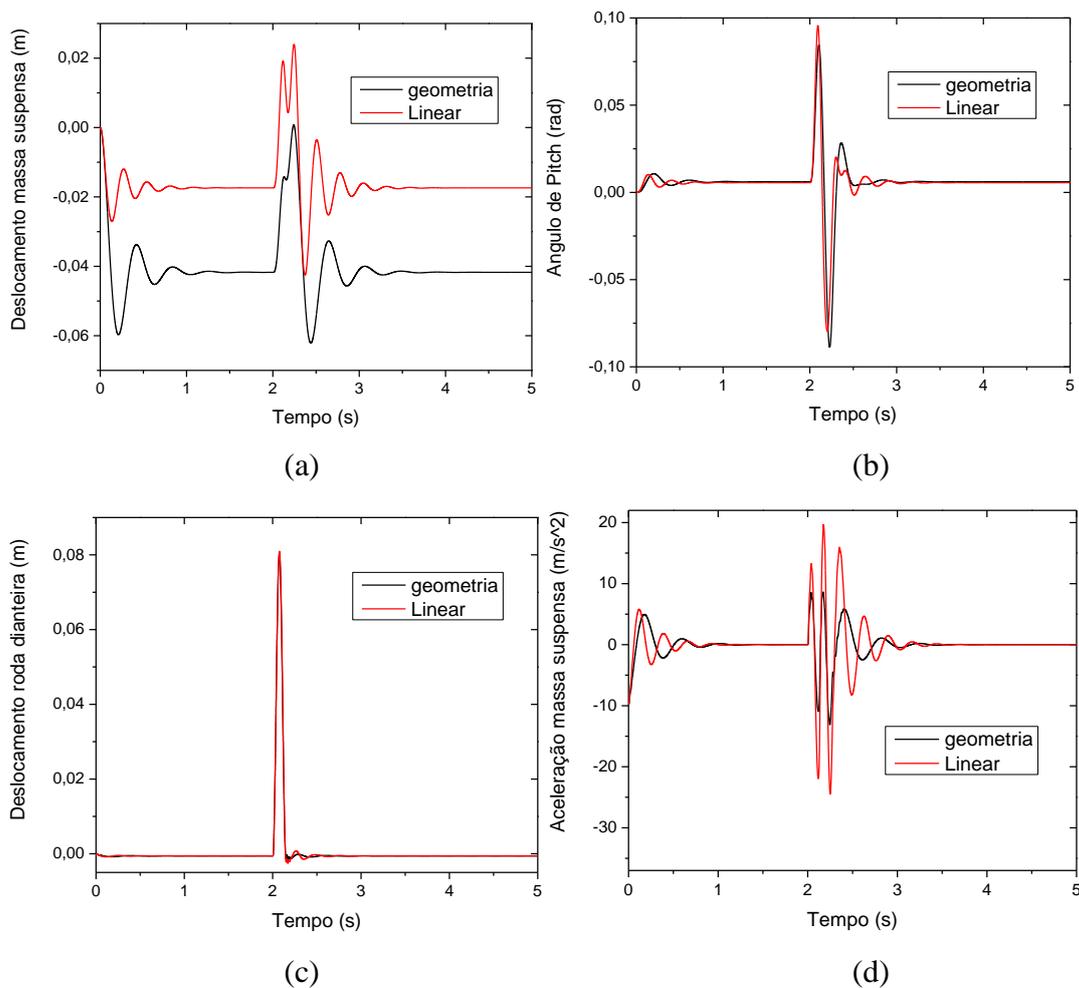
Já para velocidade de compressão do amortecedor, emprega-se a mesma Equação, mas ao invés do deslocamento (distância e ângulo) utiliza-se a velocidade, chegando assim à velocidade relativa entre a roda dianteira direita e o veículo (Equação 3-18)

$$\dot{Z}_{fr} = \dot{z}_{ns} - \dot{z}_s - df \cdot \dot{\theta} - dfr \cdot \dot{\Phi} \quad (\text{Eq. 3-18})$$

Com a velocidade relativa vertical e a direção de compressão do amortecedor, é possível achar a componente da velocidade de compressão do amortecedor.

Esses dois fatores definem como será o comportamento do amortecedor levando em conta a geometria da suspensão. E, finalizando, como a força exercida pelo amortecedor está em uma direção com componentes vertical, lateral e longitudinal, para o movimento vertical será utilizado somente a componente  $Z$  da força. Para a Equação de *pitch* as componentes  $X$  e  $Z$  e para o *roll* as componentes  $X$  e  $Y$ . Que são, para cada movimento, a parte da força gerada pelo amortecedor que causa esses movimentos.

A Figura 3-8 mostra como este fator influencia no resultado do modelo, numa passagem pelo quebra-molas a 10 m/s. Pode ser visto na Figura 3-8 (a) que há uma diferença na deflexão estática, no modelo que leva em consideração a geometria; a deflexão é maior devido a inclinação do amortecedor. Para o deslocamento das rodas, a Figura 3-8(c), mostra que não houver diferença significativa, apenas um pequeno ruído após o obstáculo.



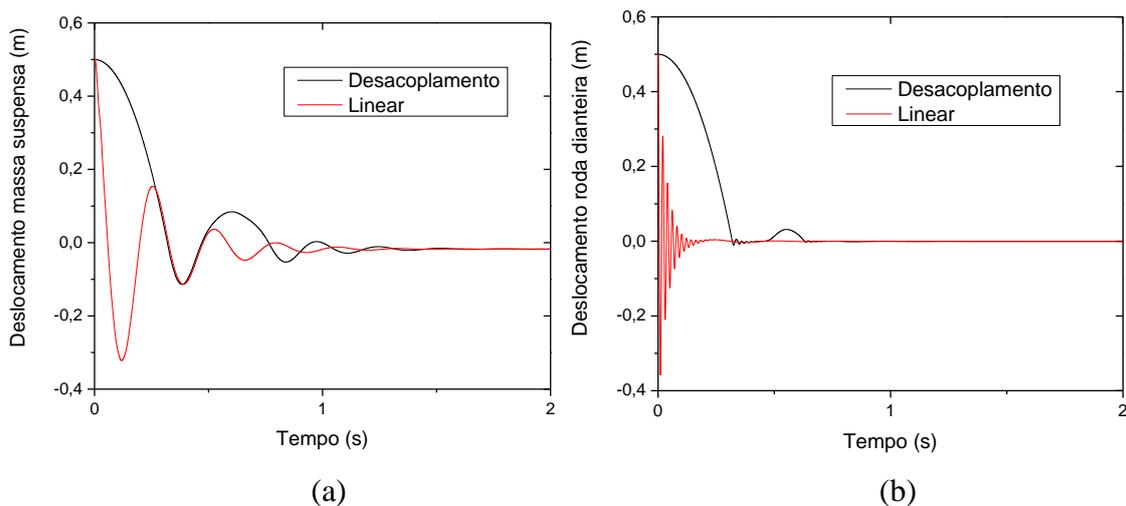
**Figura 3-8** - Influência da geometria da suspensão (resultados à 10 m/s)

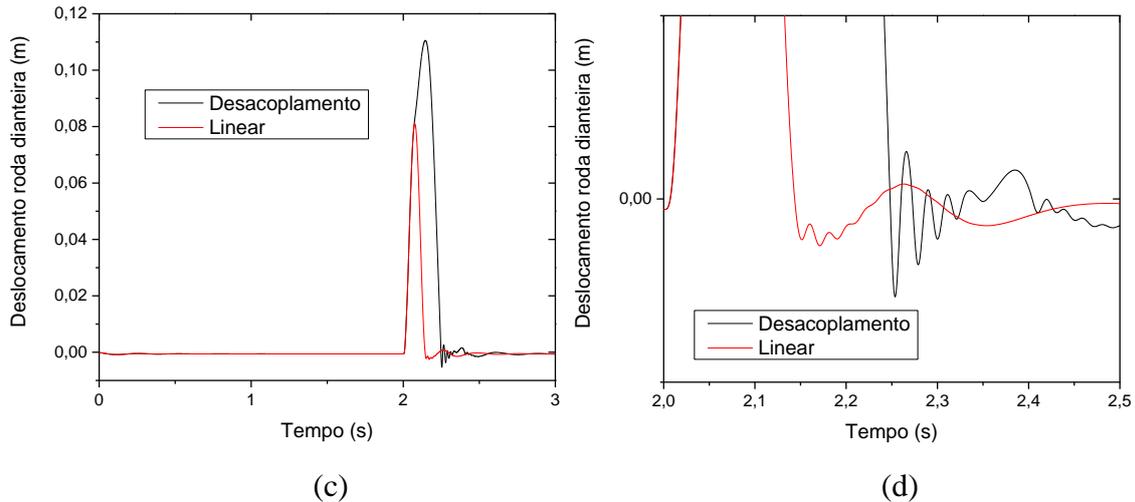
### 3.2.4.2 Desacoplamento pneu-solo

No modelo linear, o pneu é visto como uma mola em constante contato com o solo, ou seja, durante a movimentação, podem ocorrer momentos em que a mola esteja tracionada, gerando uma força para baixo, como se o pneu estivesse “puxando” a massa não-suspensa para baixo.

A perda de contato pneu-solo se deu pela utilização de uma Equação simples, repetida em todos os pneus para cada iteração. Essa Equação é definida pela diferença entre a posição da roda ( $z$ ) e a função da pista para aquela roda ( $f_z$ ). Assumindo a rigidez do pneu ( $kt$ ) como sendo zero (0) caso a roda esteja flutuando. Ou seja, nos instantes em que a posição da roda ( $z$ ) for maior que a altura da pista ( $f_z$ ), a rigidez do pneu não será aplicada.

A Figura 3-9 mostra como este fator influencia no resultado do modelo. As Figuras 3-9 (a) e (b) mostram a situação de queda, tanto para a massa suspensa quanto para as rodas, tem um movimento mais suave, que caracteriza uma menor frequência natural da massa suspensa. Já as Figuras 3-9 (c) e (d) mostram uma passagem em um quebra-molas a 10 m/s, como está acima da velocidade indicada pelo CONTRAN, percebe-se que ocorre a perda de contato, causando um maior deslocamento das rodas. A Figura (d) mostra que na ocasião onde ocorre essa troca de rigidez com grande frequência, o modelo não linear gera um ruído devido, provavelmente, pela mudança da constante da rigidez equivalente ( $RR$ ) do sistema.



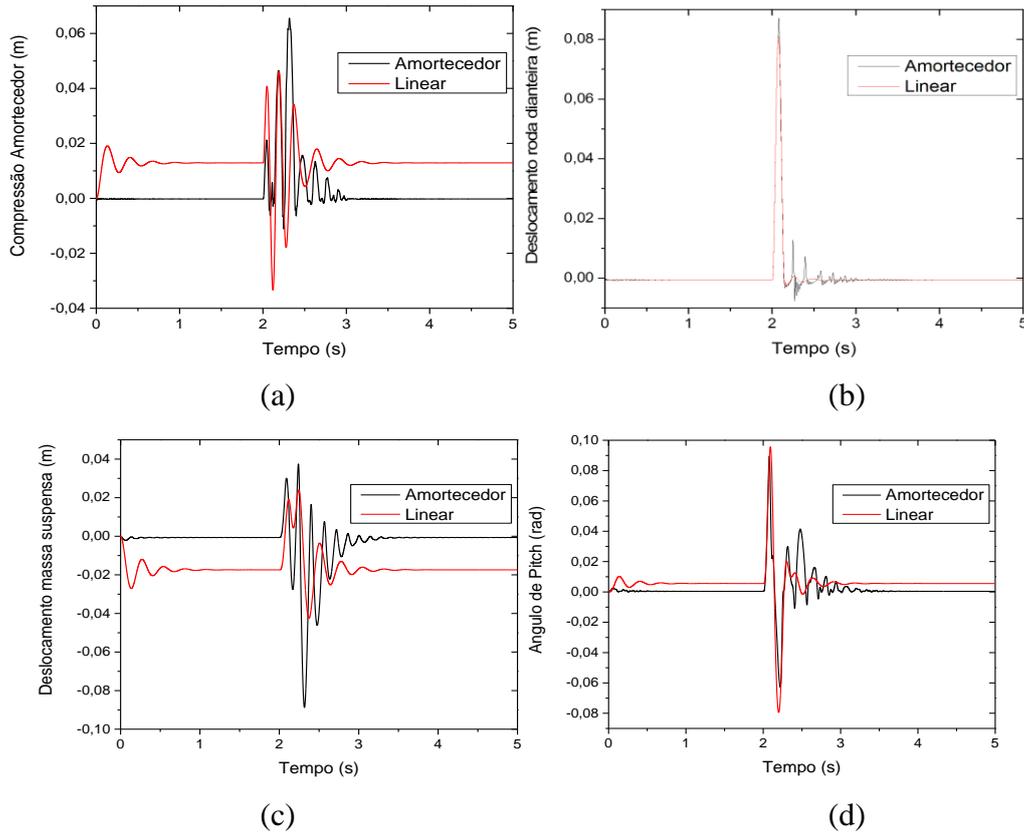


**Figura 3-9** - Influencia do desacoplamento, (a) e (b) resultados de queda, (c) de passagem a 10 m/s e (d) detalhe do ruído em passagem a 10 m/s

### 3.2.4.3 Amortecedor pneumático

A Equipe de Baja do CEFET/RJ, no protótipo 2016 optou por utilizar um amortecedor com mola pneumática, modelo float 3 produzido pela empresa FOX Factory. Como já dito antes, este tipo de mola possui sua rigidez variável, assim para definir o seu funcionamento foram feitos ensaios para definir como varia a força exercida pelo amortecedor durante a compressão. O coeficiente de amortecimento deste modelo, de acordo com o manual, é linear. Então nos modelos será utilizado o valor de 500 Ns/m, obtido junto ao manual.

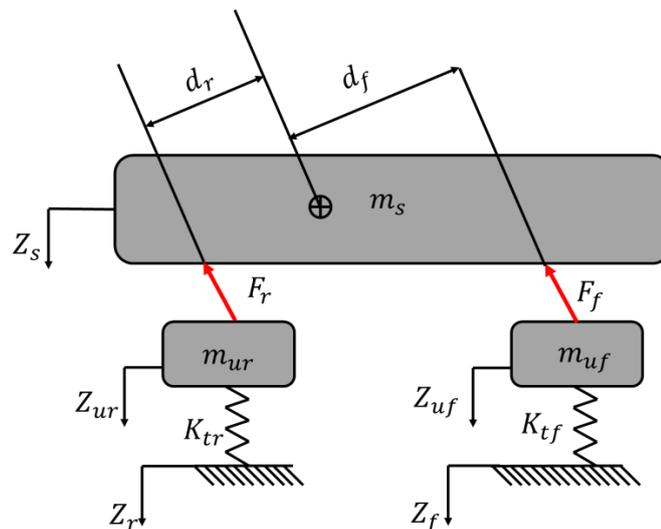
A Figura 3-10 mostra a influência do amortecedor Fox no modelo, como pode ser visto na Figura 3-10 (a) a pré-carga existente no amortecedor (controlado pela pressão interna) faz com que ele se mantenha estável na posição inicial, diferente do modelo linear que estabiliza com cerca de 1 mm de compressão. Isso acaba por gerar diferença também nas Figuras 3-10 (c) e (d). Além disso no modelo não linear ocorre um ligeiro aumento na frequência da massa suspensa e *pitch*, porém reduzindo as amplitudes de *pitch*. Como pode ser observado há um aumento significativo no ruído, principalmente na roda (b).



**Figura 3-10** - Influência do amortecedor (resultados a 10 m/s)

### 3.2.4.4 Equacionamento

A não linearidade do modelo impede a arrumação na forma matricial das Equações de equilíbrio dinâmico. Assim, para a geração do equacionamento dos modelos, será feito um diagrama de corpo livre para o movimento vertical e também para as rotações (apenas *pitch* no modelo de 4 graus de liberdade e adicionando o *roll* no modelo com 7 graus).



**Figura 3-11** - Modelo não-linear com 4 graus de liberdade

A Figura 3-11, mostra o modelo não linear com 4 graus de liberdade. Como pode ser visto, as forças geradas pelo amortecedor são inclinadas, por isso são utilizados os coeficientes  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\delta$ , para se obter as componentes para o vertical, o *pitch* e o *roll*, respectivamente.

Assim, pela 2ª lei de Newton, as Equações referentes a esse modelo corresponderão a: deslocamento de *bounce* (Equação 3-19), rotação de *pitch* (Equação 3-20), deslocamento da massa não suspensa dianteira (Equação 3-21) e deslocamento da massa não suspensa traseira (Equação 3-22), representadas, respectivamente, por

$$\ddot{Z}_s(t) = \frac{1}{m_s} * (-m_s * g + F_f * \alpha_f + F_r * \alpha_r) \quad (\text{Eq. 3-19})$$

$$\ddot{\theta}(t) = \frac{1}{J_p} * (F_f * \beta_f * df - F_r * \beta_r * dr) \quad (\text{Eq. 3-20})$$

$$\ddot{Z}_{uf}(t) = \frac{1}{m_{uf}} * (-m_{uf} * g + ktf * (f_1 - x_f) - F_f * \alpha_f) \quad (\text{Eq. 3-21})$$

$$\ddot{Z}_{ur}(t) = \frac{1}{m_{ur}} * (-m_{ur} * g + ktr * (f_2 - x_r) - F_r * \alpha_r) \quad (\text{Eq. 3-22})$$

Onde,  $F_f$  e  $F_r$  são as forças exercidas pelos amortecedores, que serão melhor definidas no Capítulo 4,  $\alpha$  é o fator da componente da força do amortecedor na vertical e  $\beta$  é o fator da componente da força do amortecedor no plano XZ (vista lateral), assim, ao multiplicar pela força do amortecedor obtém-se a força real que causa o *pitch*.

Para o Modelo com 2 graus de liberdade as equações são as seguintes:

$$\ddot{Z}_s(t) = \frac{1}{m_s} * (-m_s * g + F * \alpha) \quad (\text{Eq. 3-23})$$

$$\ddot{Z}_u(t) = \frac{1}{m_u} * (-m_u * g + ktf * (f - x_u) - F * \alpha) \quad (\text{Eq. 3-24})$$

E finalmente para o modelo com 7 graus de liberdade:

$$\ddot{Z}_s(t) = \frac{1}{m_s} * (-m_s * g + F_{fr} * \alpha_{fr} + F_{rr} * \alpha_{rr} + F_{fl} * \alpha_{fl} + F_{rl} * \alpha_{rl}) \quad (\text{Eq. 3-25})$$

$$\ddot{\theta}(t) = \frac{1}{J_p} * (F_{fr} * \beta_{fr} * df - F_{rr} * \beta_{rr} * dr + F_{fl} * \beta_{fl} * df - F_{rl} * \beta_{rl} * dr) \quad (\text{Eq. 3-26})$$

$$\ddot{\Phi}(t) = \frac{1}{J_R} * (F_{fr} * \delta_{fr} * dfr + F_{rr} * \delta_{rr} * drr - F_{fl} * \delta_{fl} * dfl - F_{rl} * \delta_{rl} * drl) \quad (\text{Eq. 3-27})$$

$$\ddot{Z}_{ufr}(t) = \frac{1}{m_{uf}} * (-m_{uf} * g + ktf * (f_1 - x_{fr}) - F_{fr} * \alpha_{fr}) \quad (\text{Eq. 3-28})$$

$$Z_{urr}''(t) = \frac{1}{m_{ur}} (-m_{ur} * g + ktr * (f_2 - x_{rr}) - F_{rr} * \alpha_{rr}) \quad (\text{Eq. 3-29})$$

$$Z_{ufl}''(t) = \frac{1}{m_{uf}} (-m_{uf} * g + ktf * (f_1 - x_{fl}) - F_{fl} * \alpha_{fl}) \quad (\text{Eq. 3-30})$$

$$Z_{url}''(t) = \frac{1}{m_{ur}} (-m_{ur} * g + ktr * (f_2 - x_{rl}) - F_{rl} * \alpha_{rl}) \quad (\text{Eq. 3-31})$$

### 3.3 Dinâmica Longitudinal

A análise da dinâmica longitudinal foi iniciada com a determinação da demanda de força trativa e de potência do veículo. Para isso, são determinadas todas as resistências ao deslocamento sofridas pelo veículo nas suas aplicações, por exemplo, a subida de uma rampa. Os tópicos a seguir descrevem essas resistências, e sua análise em performance.

#### 3.3.1 Resistências da Roda

A rotação da roda gera várias resistências, forças que atuam contra a rotação da mesma. Para melhor entendimento, foram definidas as coordenadas da roda, mostradas na Figura 3-12. O movimento de translação da roda é descrito pela movimentação do centro de massa da roda,  $S_{cmw}$ , e pela rotação da roda,  $\varphi_w$ . A distância entre o centro de massa da roda e a pista é dada pelo raio  $r_{wst}$ . Esse raio não corresponde ao raio da roda sem deformação ou sem carga. Esse raio,  $r_{wst}$ , é chamado de raio estático da roda.

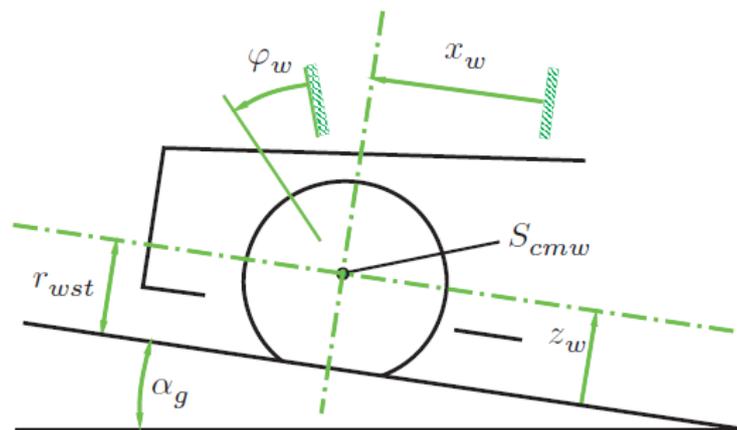
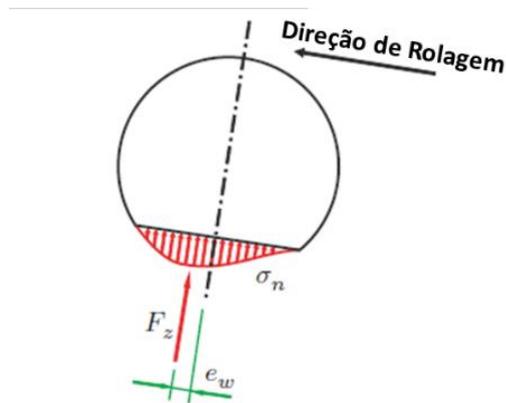


Figura 3-12 - Geometria da Roda [10]

Com a carga do veículo sobre as rodas, o pneu faz contato com a pista em uma área, chamada caminho de contato, e não só em um ponto do plano da pista. O tamanho desse caminho de contato depende da geometria, do design do pneu, da pressão interna e da carga na roda. [10]

### 3.3.1.1 Resistência ao Rolamento

Se a roda não se move, a distribuição de tensão normal,  $\sigma_n$ , no caminho de contato é simétrica. Porém, quando a roda se move, essa distribuição não fica mais simétrica. A Figura 3-13 mostra a tendência da distribuição de tensão normal quando a roda rotaciona por um plano. Pode ser observado que a força  $F_z$  é a resultante da distribuição, obtida através de uma integração dessa distribuição de tensão normal no caminho de contato. A excentricidade dessa força é descrita por  $e_w$ , que se contrapõem ao movimento da rotação (Figura 3-13).



**Figura 3-13** - Tensão Normal no Caminho de Contato do Pneu [10]

Segundo MEYWERK [10], se a roda está em rotação na via, uma distribuição de tensão normal assimétrica ocorre entre a roda e a pista no caminho de contato. A linha de ação da força resultante,  $F_z$ , não intercepta o centro da roda. A distância entre a linha de ação da força e o centro da roda é a excentricidade da roda,  $e_w$ . Isso resulta no momento  $M = e_w F_z$ . Para superar esse momento, o torque trativo,  $M_w$ , no caso de uma roda motriz ou a força trativa,  $F_r$ , no caso de uma roda rebocada são necessários. Essa força,  $F_r$ , é chamada resistência ao rolamento, podendo ser expressa de acordo com a Equação 3-22.

$$F_r = \frac{e_w}{r_{wst}} F_z \quad (\text{Eq. 3-32})$$

O fator adimensional  $e_w/r_{wst}$  é chamado de coeficiente de resistência ao rolamento, como mostra na Equação 3-33.

$$f_r = \frac{e_w}{r_{wst}} = \frac{F_r}{F_z} \quad (\text{Eq. 3-33})$$

Os valores do coeficiente de resistência ao rolamento são da ordem de 0.005-0.015. Esse coeficiente pode ser aproximado por uma fórmula empírica, que varia com a velocidade do veículo.

$$f_r(v) = f_{r0} + f_{r1} \frac{v}{v_0} + f_{r4} \left( \frac{v}{v_0} \right)^4 \quad (\text{Eq. 3-34})$$

Os valores médios para pneus do tipo HR (classificação de velocidade de pneus, ex. 210 km/h) das variáveis da Equação 3-34 estão na tabela 3-4, a seguir.

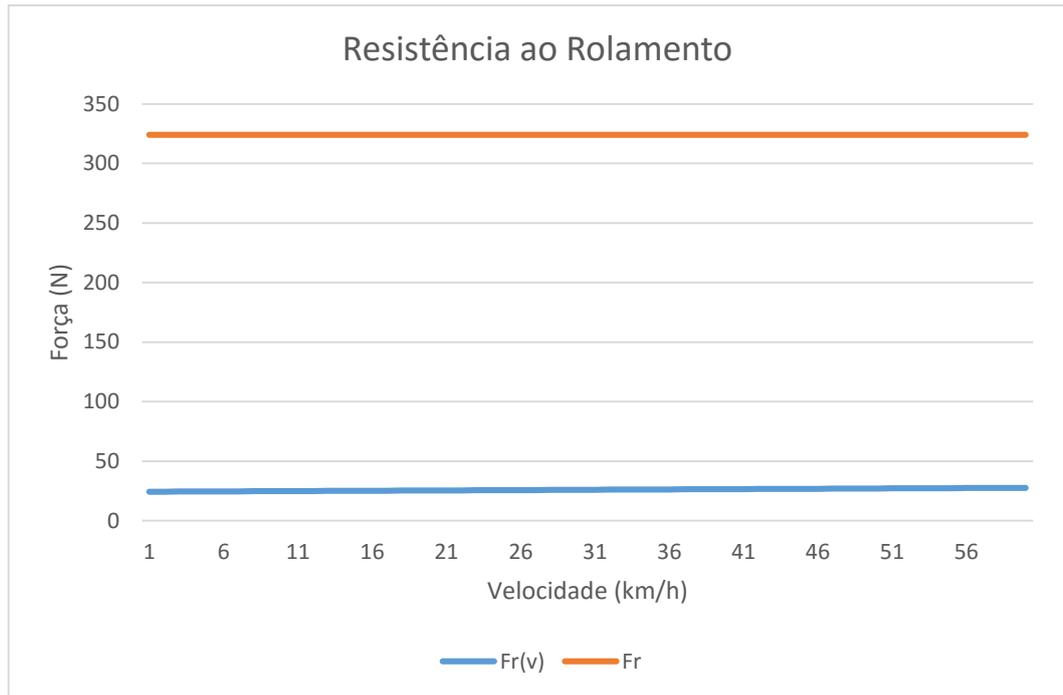
**Tabela 3-4** - Valores Médios [10]

Valores Médios para pneus HR	
$f_{r0}$	$f_{r4}$
$f_{r1}$	$v_0$

Para aplicação no projeto Baja, a fórmula empírica não pode ser aplicada pelos seus valores se referirem a um pneu HR de um veículo de passeio comercial.

O coeficiente de resistência ao rolamento diminui com o aumento da pressão interna do pneu e aumenta com o acréscimo de carga na roda. Apesar de os fatores acima influenciarem na resistência, o coeficiente de rolamento é basicamente determinado pelo tipo de piso como mostra a Tabela I-2

Pela largura e banda do pneu e pela disposição e formato dos gomos, pode-se tratar o Baja como um trator em escala reduzida. O tipo de piso vai depender também das metas da equipe e para qual prova estará sendo calculada a relação. Historicamente, as pistas se aproximam mais de terra batida e, em alguns casos mais severos, da areia. Portanto, um coeficiente em torno de 0,12 é adequado e variá-lo para mais ou menos dependerá dos objetivos do projeto. Utilizando esse valor, por ser mais próximo à realidade do projeto Baja, pode-se analisar a diferença entre as forças de resistência ao rolamento na Figura 3-14.



**Figura 3-14** - Resistência ao Rolamento

Nota-se a diferença entre as duas forças e a variação da forma oriunda da fórmula empírica de acordo com a velocidade. Em baixas velocidades, até 60 km/h, não há muita variação nessa força. Mais à frente será demonstrado por que foi considerado somente até 60 km/h. Pode-se observar também a diferença na resistência a rolagem de um veículo comercial ( $f_r(v)$ ) e a do protótipo baja, que se assemelha a um trator em forma reduzida.

### 3.3.1.2 Resistência de Convergência/Divergência

Uma resistência adicional é causada pela posição angular da roda. Essa posição inclinada é chamada de convergência ou divergência, como visto na Figura 3-15.

A resistência resultante é dada pela Equação 3-35:

$$F_{wtoe} = C_{\alpha} \delta_{10} \text{sen}(\delta_{10}) \quad (\text{Eq. 3-35})$$

Onde  $C_{\alpha}$  é a rigidez de esterçamento e o  $\delta_{10}$  é o ângulo de convergência ou divergência. A magnitude dessa resistência é de um centésimo da resistência ao rolamento, portanto desconsiderada nesse estudo.

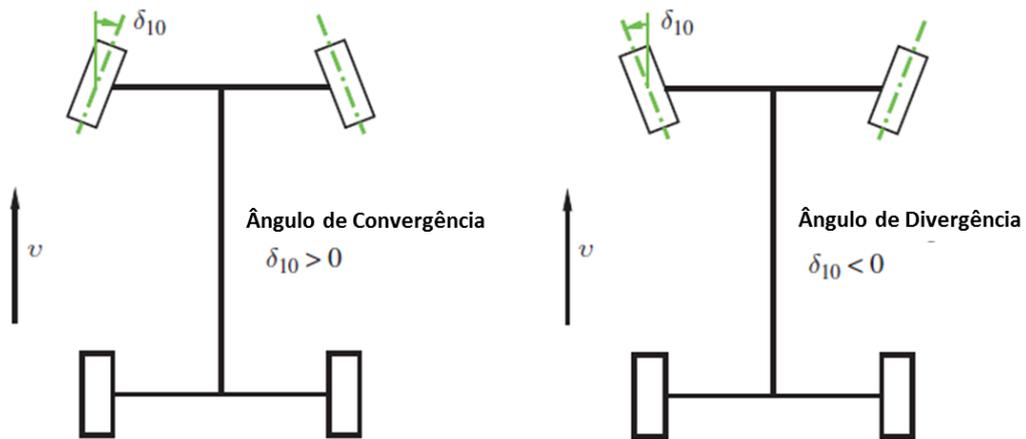


Figura 3-15 - Convergência e Divergência [10]

### 3.3.2 Resistência Aerodinâmica

O fluxo de ar ao redor do veículo provoca perdas por turbulência em algumas áreas, o que reflete no arrasto aerodinâmico. A maior contribuição vem do vórtice atrás do veículo, mostrado em um exemplo na Figura 3-16. Pequenos vórtices em outras áreas como nas rodas, nos espelhos retrovisores e na estrutura tubular do protótipo baja também contribuem para o arrasto aerodinâmico. A força exercida pela formação destes vórtices no veículo é:

$$F_a = c_d A \frac{\rho_a}{2} v_r^2 \quad (\text{Eq. 3-36})$$

Onde  $c_d$  é o coeficiente de arrasto aerodinâmico,  $A$  é a área frontal projetada na direção longitudinal,  $\rho_a$  é a densidade do ar e  $v_r$  é a resultante da velocidade do ar, que se origina da velocidade do veículo e da velocidade do vento, quando considerada.

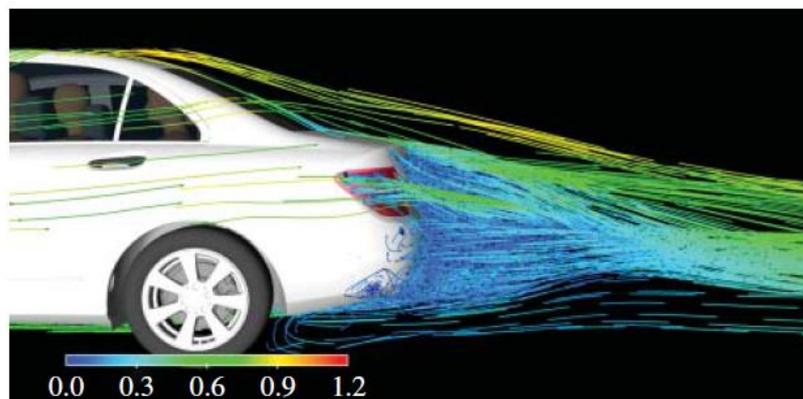
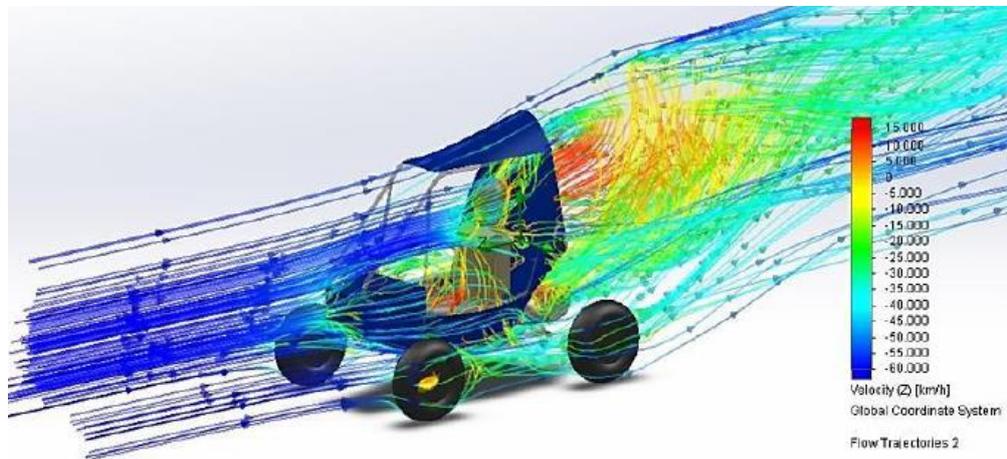


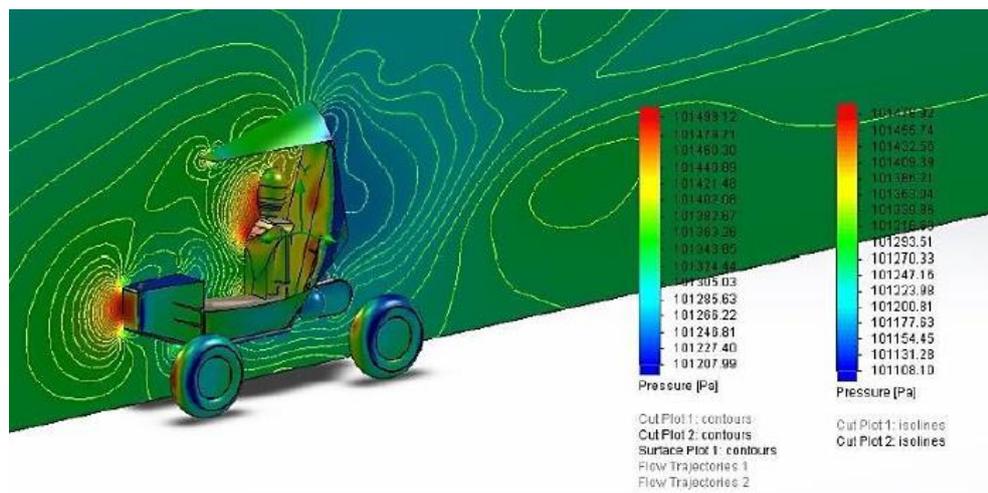
Figura 3-16 - Vortex atrás do veículo [10]

O valor do coeficiente de arrasto dos carros de passeio modernos está em torno de 0.2-0.3 e a sua área frontal está em torno de 2 m<sup>2</sup>. Porém esses valores não se aplicam ao baja SAE. Para uma análise preliminar, onde não se possui protótipo para retirada desses dados, foram utilizados os dados de um estudo feito pela equipe Bajarara, UNIRARAS-SP [14].

Através de uma simulação utilizando o software SolidWorks® 2012, foram obtidos os valores da Resistência aerodinâmica e pressão dinâmica e a partir desses valores, foi calculado o coeficiente de arrasto aerodinâmico e a área frontal do veículo, 0,9207 e 1,0318 m<sup>2</sup>, respectivamente. As Figuras 3-17 e 3-18 ilustram a queda da velocidade apresentada pelo fluxo do fluido e as concentrações de pressão sobre o protótipo, respectivamente [14].

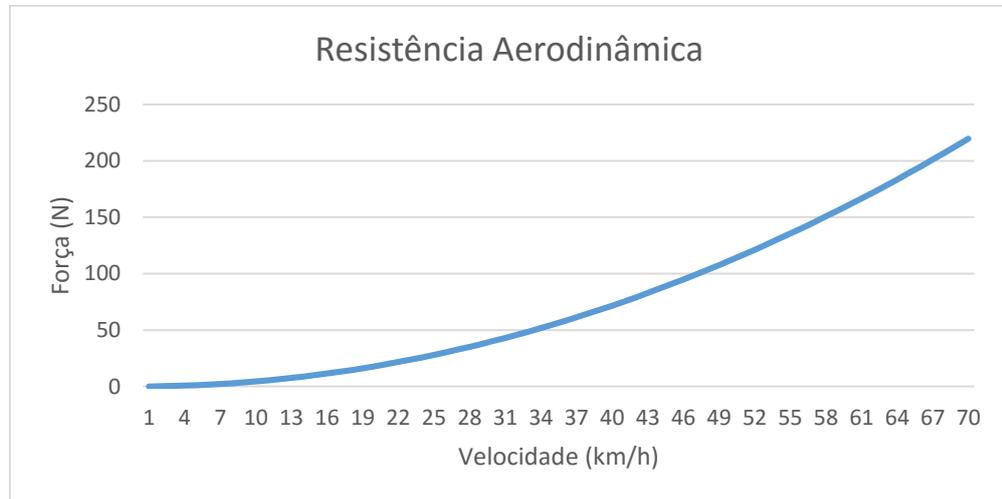


**Figura 3-17** - Ilustração dos pontos onde há queda de velocidade [14]



**Figura 3-18** - Ilustração dos pontos onde há concentração e queda de pressão [14]

Utilizando esses valores para o coeficiente de arrasto e a área frontal do protótipo, pode-se observar na Figura 3-19 a influência da resistência aerodinâmica com a variação da velocidade do veículo.



**Figura 3-19** - Resistência aerodinâmica de acordo com a velocidade

Nota-se um grande aumento da resistência com o aumento da velocidade. Isso ocorre porque a resistência aerodinâmica depende da velocidade ao quadrado. Para aplicações do baja, de baixa velocidade, a resistência aerodinâmica não tem tanta influência na performance do veículo.

### 3.3.3 Resistência ao Gradiente

A resistência ao gradiente, ou resistência à rampa, é uma porção do peso do veículo agindo paralelamente a pista [10].

$$F_g = W \operatorname{sen}(\alpha_g) \quad (\text{Eq. 3-37})$$

Onde  $W$  é o peso do veículo e  $\alpha_g$  é o ângulo de inclinação da pista. O declive da pista é determinado pelo gradiente  $p$ , o que é a tangente do ângulo de inclinação.

$$p = \tan(\alpha_g) \quad (\text{Eq. 3-38})$$

Esse gradiente normalmente é expresso em porcentagem. Para ângulos pequenos ( $\alpha_g \leq 17^\circ$ ,  $p \cong 30\%$ ), pode-se trocar o seno na Equação 3-39 pelo gradiente  $p$ , gerando uma fórmula simplificada da resistência ao gradiente,  $F_g(p)$ .

$$F_{g(p)} = Wp \quad (\text{Eq. 3-39})$$

Essa modificação gera um erro de aproximação, que pode ser calculado pela Equação a seguir.

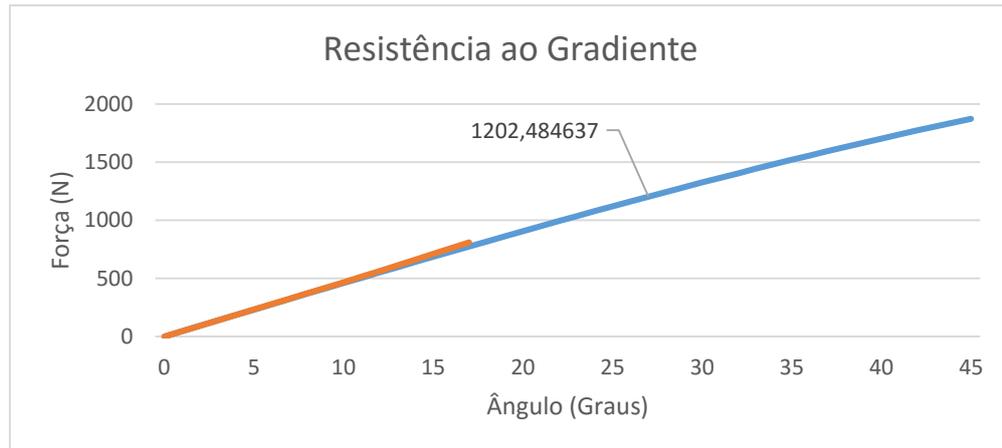
$$\frac{|W \operatorname{sen}(\alpha_g) - W \tan(\alpha_g)|}{|W \operatorname{sen}(\alpha_g)|} = \frac{|\operatorname{sen}(\alpha_g) - \tan(\alpha_g)|}{|\operatorname{sen}(\alpha_g)|} \quad (\text{Eq. 3-40})$$

A tabela 3-5 mostra os valores do seno, do gradiente  $p$ , do erro associado a ele, da resistência ao gradiente e da resistência ao gradiente utilizado o gradiente  $p$ .

**Tabela 3-5** - Valores de resistência para cada valor de ângulo de inclinação

Ângulo (°)	$\operatorname{sen}(\alpha)$	$p$ (%)	$E$ (%)	$F_g$	$F_{g(p)}$
1	0,017452	1,745506	0,015233	46,22619	46,23323
2	0,034899	3,492077	0,060954	92,4383	92,49464
3	0,052336	5,240778	0,137235	138,6222	138,8125
4	0,069756	6,992681	0,24419	184,764	185,2151
5	0,087156	8,748866	0,381984	230,8494	231,7312
10	0,173648	17,6327	1,542661	459,9419	467,0373
15	0,258819	26,79492	3,527618	685,534	709,717
17	0,292372	30,57307	4,569176	774,4049	809,7889
25	0,422618	46,63077	10,33779	1119,389	1235,109
27	0,45399	50,95254	12,23262	1202,485	1349,58
30	0,5	57,73503	15,47005	1324,35	1529,228
35	0,573576	70,02075	22,07746	1519,232	1854,64
40	0,642788	83,90996	30,54073	1702,552	2222,523
45	0,707107	100	41,42136	1872,914	2648,7

O erro associado passa de 5% para ângulos acima de 17°. Para aplicação no projeto baja, essa substituição pelo gradiente  $p$  para cálculo foi descartada, já que o ângulo de uso do projeto ( $27^\circ / p \approx 50\%$ ) gera um erro de 12% no cálculo. Esse valor de angulação foi selecionado devido aos obstáculos enfrentados pelo protótipo nas competições. A Figura 3-20 mostra os valores da tabela anterior expressos na forma gráfica.



**Figura 3-20** - Resistência ao gradiente

O gradiente  $p$  é utilizado na regulamentação de trânsito em alguns países (Noruega, Finlândia e outros), sendo mostrado em placas indicando a percentagem de inclinação da pista, como mostra a Figura 3-21.



**Figura 3-21** - Placa de Transito no País de Gales

### 3.3.4 Resistência à Aceleração

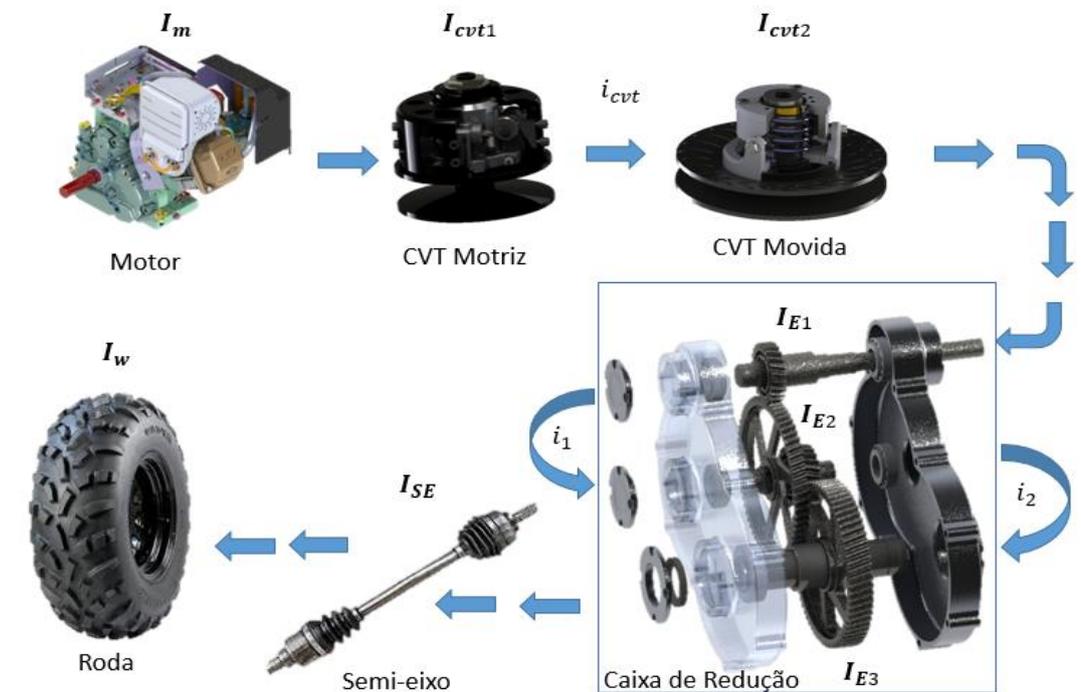
Outra resistência é referente às forças inerciais de d'Alembert. Essas forças inerciais, tanto de movimentos de translação quanto de rotação, são combinadas e são referidas como resistência a aceleração,  $F_i$ . A resistência a aceleração considera forças na direção longitudinal, que aumentam com a aceleração angular de massas rotativas [10]

Sempre que houver movimentação do veículo a partir do repouso, a retomada de velocidade ou qualquer ação que leve a saída do regime permanente, deve-se levar em consideração a resistência a aceleração.

$$F_i = \lambda m_{tot} \ddot{x} \quad (\text{Eq. 3-41})$$

Onde  $\lambda$  é o fator de massa rotativa,  $m_{tot}$  a massa total do veículo e  $\ddot{x}$  a aceleração do veículo.

Para definir o fator de massa rotativa, é necessário montar o fluxograma de energia onde todos os eixos e massas rotativas estão representados, juntamente com suas inércias, acelerações angulares, torques e suas reduções (Figura 3-22). Por questões de projeto, esse sistema tem que ser realimentado quando os componentes finais da transmissão forem definidos por completo em sua geometria e material. Para uma análise preliminar, o fator de massa rotativa foi calculado utilizando o protótipo antigo, dando um valor de aproximadamente 1,8. No caso aqui demonstrado, já se encontram a configuração final do sistema com suas devidas reduções.

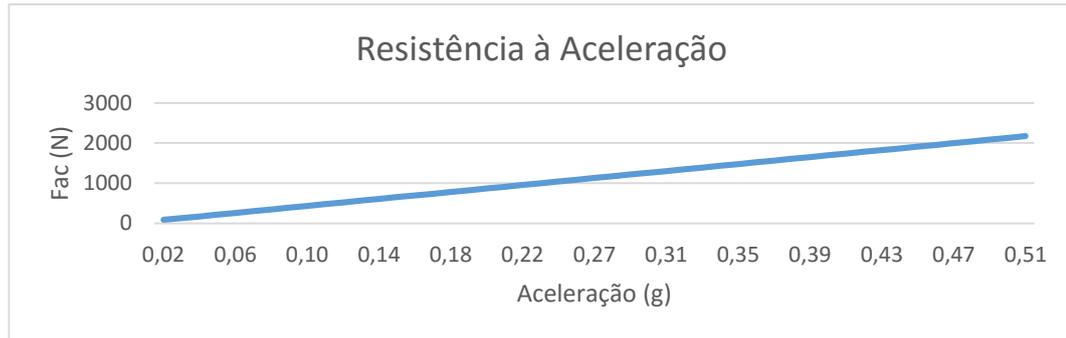


**Figura 3-22** - Fluxograma de energia com os momentos de inércia

Sendo assim, o fator de massa rotativa, desconsiderando escorregamentos durante a transmissão, é definido por:

$$\lambda = 1 + \frac{1}{m_{tot} r_{wst}^2} \{ (I_m + I_{cvt1}) i_{cvt}^2 i_1^2 i_2^2 + (I_{cvt2} + I_{E1}) i_1^2 i_2^2 + I_{E2} i_2^2 + I_{E3} + 2I_{SE} + 2I_w \} \quad (\text{Eq. 3-42})$$

Com o valor do fator de massa rotativa, pode-se observar a variação da resistência a aceleração com a variação da aceleração na Figura 3-23.



**Figura 3-23** - Resistência à aceleração

### 3.3.5 Performance

A potência necessária para a movimentação do veículo, desprezando o escorregamento, é:

$$P_{tot} = \dot{x}(F_r + F_a + F_g + F_i) \quad (\text{Eq. 3-43})$$

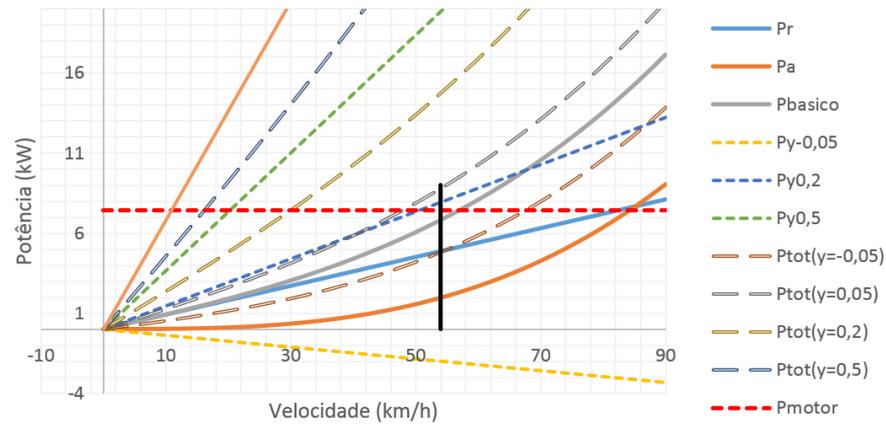
Sendo  $\dot{x}$  a velocidade do veículo. Assumindo que a resistência ao rolamento é igual no eixo dianteiro e traseiro, desprezando o escorregamento, e utilizando o gradiente  $p$  por aproximação, pode ser obtida uma equação da potência total mais simples.

$$P_{tot} = \left( f_r + p + \lambda \frac{\ddot{x}}{g} \right) Wv + c_d A \frac{\rho_a}{2} v^3 \quad (\text{Eq. 3-44})$$

A demanda básica de potência é a potência necessária para manter o veículo em movimento sem aceleração em uma determinada velocidade. Essa potência é a soma da potência da resistência aerodinâmica e da potência da resistência ao rolamento.

$$P_{basica} = P_r + P_a \quad (\text{Eq. 3-45})$$

Na Figura 3-24, pode-se observar algumas curvas de demanda de potência, incluindo a potência da resistência ao rolamento, a potência da resistência aerodinâmica e a soma delas, a demanda básica de potência.

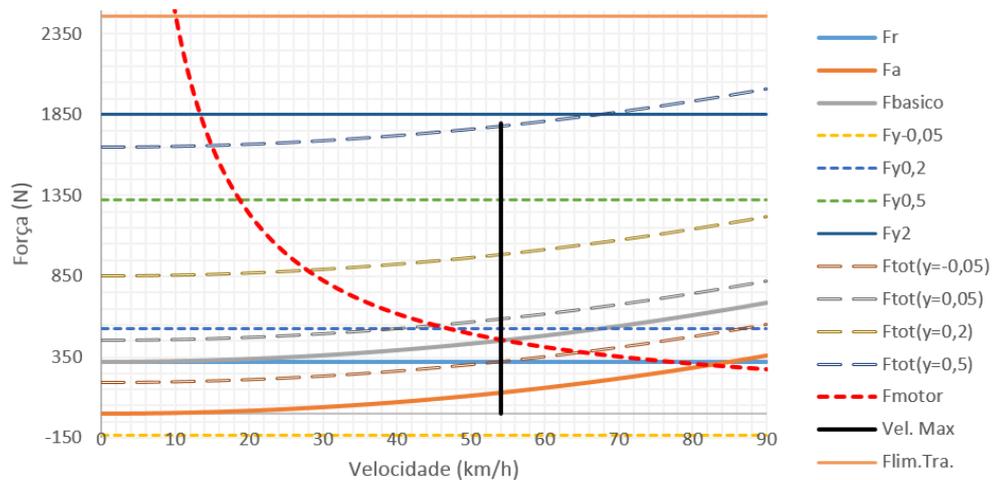


**Figura 3-24 - Demanda de Potência**

As curvas relativas a  $P_y$  indicam a potência necessária para superar as resistências de aceleração e do gradiente para um valor  $y$ .

$$y = p + \lambda \frac{\ddot{x}_v}{g} \quad (\text{Eq. 3-46})$$

As potências  $P_y$  podem ser resultado de pura resistência ao gradiente ( $y = p$ ), mas podem ser pura resistência a aceleração ( $y = \lambda \frac{\ddot{x}_v}{g}$ ), ou uma combinação dessas resistências.



**Figura 3-25 - Gráfico de Demanda de Força Trativa**

A Figura 3-25 mostra as forças trativas das resistências e suas somas nas mesmas circunstâncias que na Figura 3-24.

As linhas vermelhas tracejadas nos dois gráficos representam a limitação do motor pré-selecionado pelo regulamento baja SAE. Essas curvas assumem que o trem de força consiga entregar o máximo de potência e força durante todas as velocidades da figura. Na Figura 3-24, de potência, a curva aparece como uma linha horizontal. Na Figura 3-25, de força trativa, essa linha horizontal se transforma em uma hipérbole, chamada de hipérbole ideal de tração.

### 3.3.5.1 Limite de Tração

A força de tração do veículo tem relação direta com a aderência do pneu ao solo. Presumindo-se que existe potência o suficiente chegando nas rodas, a aceleração do veículo será limitada pelo coeficiente de atrito entre o pneu e o solo. Além disso, o peso sobre a roda motriz depende de fatores estáticos e dinâmicos, afetando a força resultante que impulsiona o veículo. Considerando esses fatores, tem-se [1]:

$$F_x = 2\mu \left( \frac{Wd_f}{2L} + \frac{F_x h}{2L} - \frac{F_x r K_{\phi r}}{N_f t K_{\phi}} \right) \quad (\text{Eq. 3-47})$$

Onde:  $F_x$  – Força de Tração Limite;  $\mu$  – Coeficiente de atrito entre o pneu e o solo;  $W$  – Peso do veículo;  $d_f$  – Distância do centro de gravidade do veículo ao eixo dianteiro;  $L$  – entre eixos do veículo;  $h$  - Altura do centro de gravidade;  $r$  – Raio do pneu;  $N_f$  – Relação de transmissão global;  $t$  – Bitola do veículo;  $K_{\phi r}$  – Rigidez da suspensão traseira;  $K_{\phi}$  – Rigidez total do veículo.

Resolvendo a Equação para  $F_x$ , temos mais de um caso de limite de tração, variando o tipo de suspensão do eixo motor, como por exemplo, um eixo rígido com um diferencial não bloqueante tem seu limite de tração diferente de um eixo rígido com um diferencial autoblocante. A Equação final para o máximo de força de tração que pode ser desenvolvida por um veículo de suspensão traseira independente, que é o caso do protótipo baja, temos:

$$F_{xmax} = \frac{\mu \frac{Wb}{L}}{1 - \frac{h}{t} \mu} \quad (\text{Eq. 3-48})$$

A Figura 3-25 (Gráfico de força) mostra a essa força máxima (Flim.Tra.) na parte superior do mesmo.

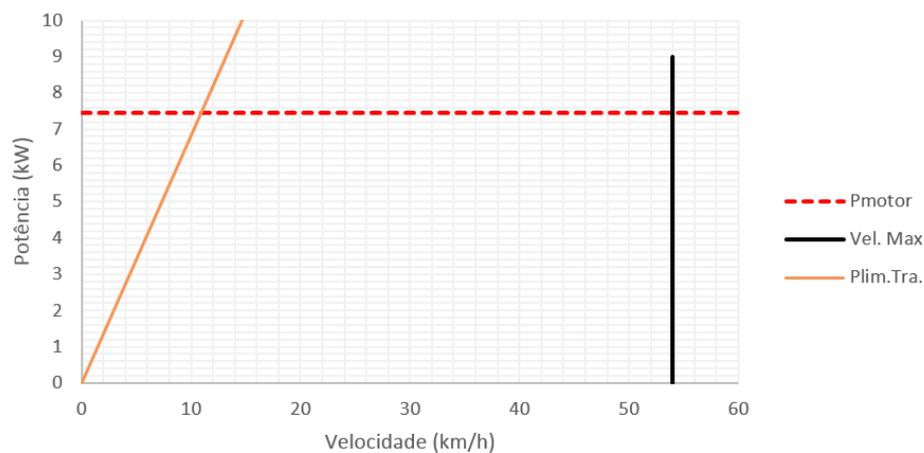
### 3.3.5.2 Velocidade Final

A determinação da velocidade final nessa análise é, inicialmente, arbitrária. Pela experiência e análise dos resultados da prova de velocidade final, foi definido que o protótipo não passaria de 60 km/h, como demonstrado nos gráficos de demanda de potência e de demanda de força.

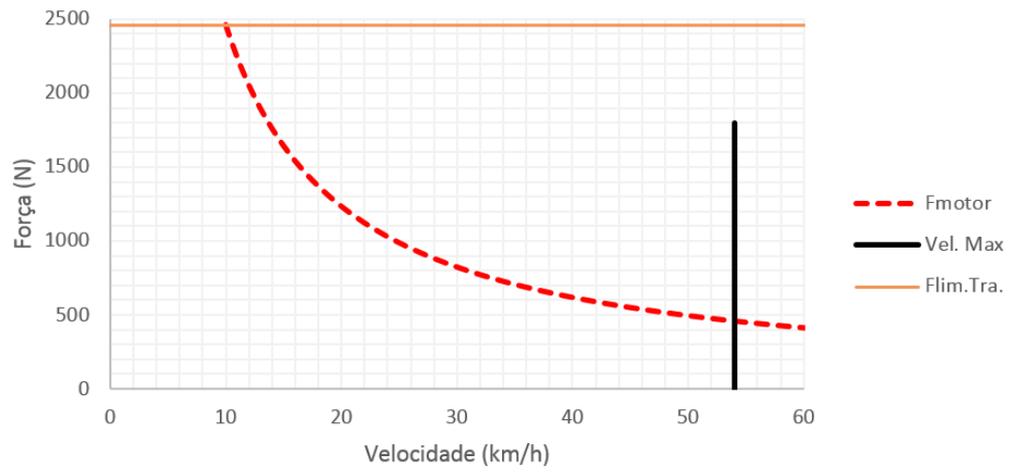
Porém, depois de analisar os gráficos, nota-se que no gráfico de demanda de força a curva de demanda básica de força, em cinza, e a curva da hipérbole ideal de tração, em vermelho tracejado, se encontram na velocidade de aproximadamente 54 km/h. Isso significa que essa é a velocidade máxima que o veículo poderá alcançar.

### 3.3.5.3 Mapas Característicos

Com as informações disponíveis, pode-se representar o mapa característico de demanda do veículo, que consiste na indicação de quanto de potência e força de tração é necessária para realizar o projeto da transmissão. Esse mapa característico deve ser comparado com o mapa gerado pela transmissão. Com a adição das características de contorno da velocidade máxima e do limite de tração, obtem-se o mapa ideal do motor, no qual, se um motor real apresenta esses valores nas suas curvas características, não seria necessário a utilização de uma transmissão. As Figuras 3-26 e 3-27 são os mapas ideais do motor de potência e de força de tração.



**Figura 3-26** - Mapa ideal do motor de potencia



**Figura 3-27** - Mapa ideal do motor de Força de Tração

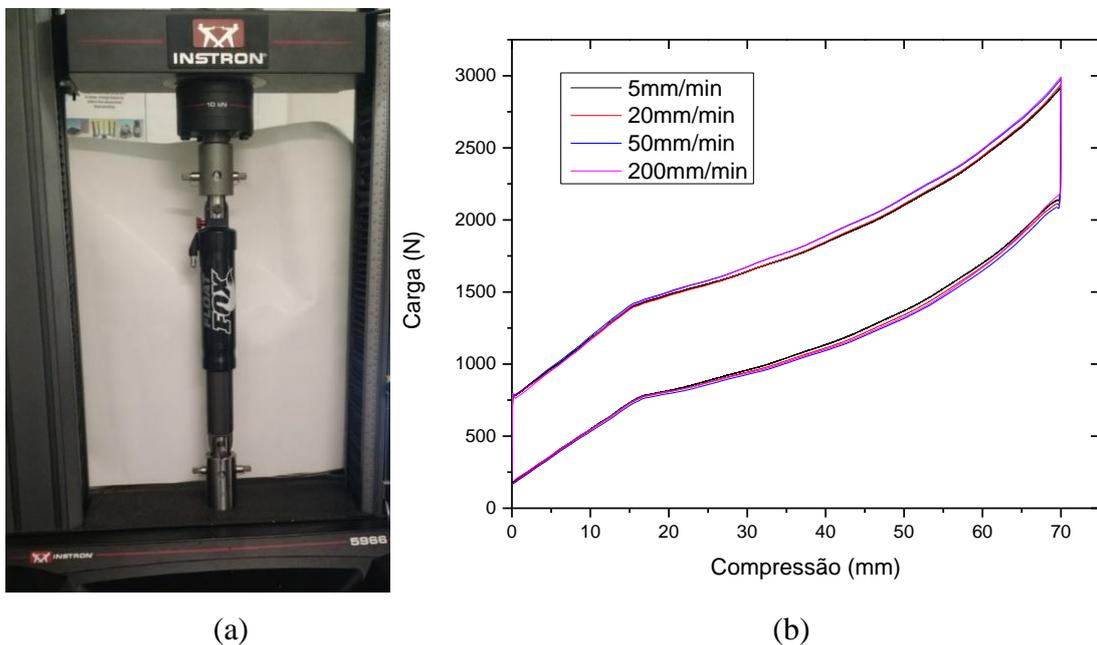
## Capítulo 4

### 4 Instrumentação

Para obter alguns dados relevantes para a análise do veículo e caracterizar alguns componentes, foram realizados alguns experimentos que estarão descritos nos itens a seguir.

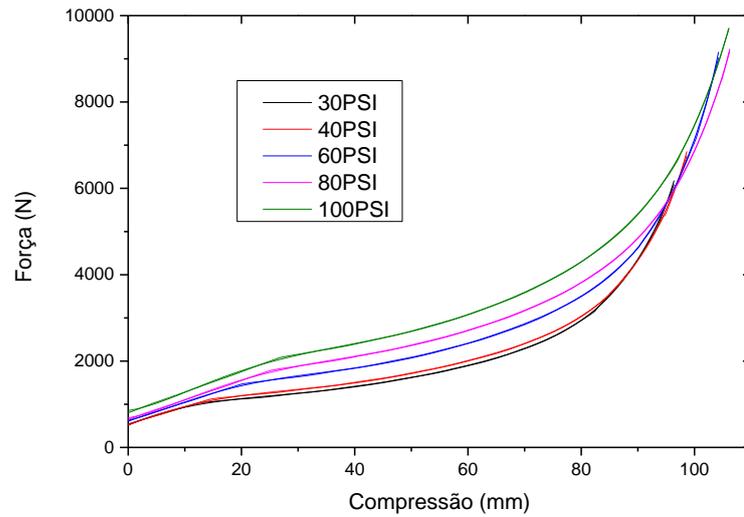
#### 4.1 Caracterização do Amortecedor

É preciso ter um bom conhecimento do amortecedor utilizado (*Fox float 3*), para isso o conjunto foi ensaiado numa máquina de tração INSTRON modelo 5966, Figura 4-1(a). Primeiramente foram realizados ciclos com diferentes velocidades de carregamento, para determinar a influência da mesma. Como pode ser visto na Figura 4-1(b), as velocidades ensaiadas não influenciaram no comportamento do conjunto, mantendo o resultado quase-estático, decidiu-se assim por utilizar a velocidade de 50 mm/s.



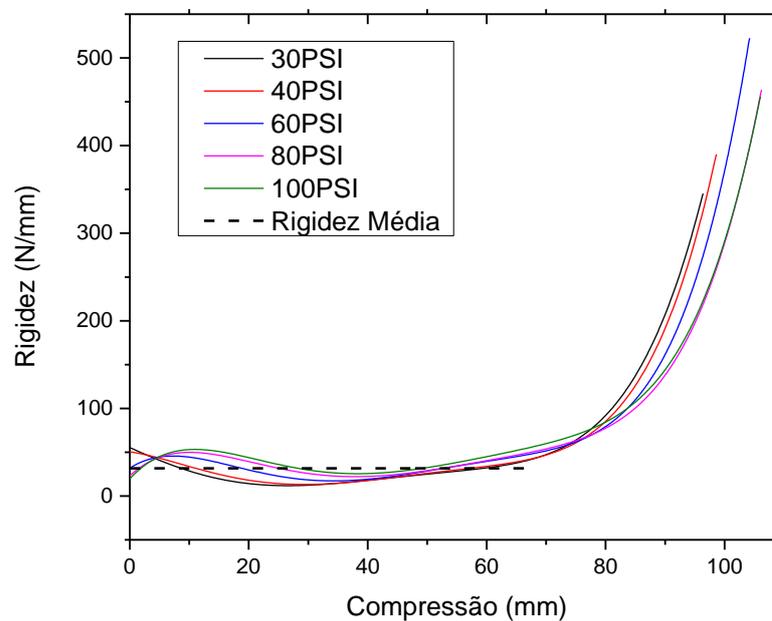
**Figura 4-1:** Influência da velocidade de ensaio

Os ensaios foram feitos variando a pressão interna do ar, indo de 30 a 100 PSI. A fim de obter resultados mais consistentes, foram realizados 5 ciclos em cada pressão. Obtendo os resultados apresentados na Figura 4-2. Os amortecedores dianteiros e traseiros tiveram o mesmo resultado, modificando apenas o tamanho do comprimento inicial.



**Figura 4-2:** Resultado do Ensaio do amortecedor

Analisando as curvas, pode ser visto que todas têm a rigidez quase idêntica, variando apenas o valor da pré-carga, mantendo essa mesma rigidez até a compressão de aproximadamente 70 mm, tendo essa rigidez média calculada em 31,6 N/mm, como pode ser visto na Figura 4-3.



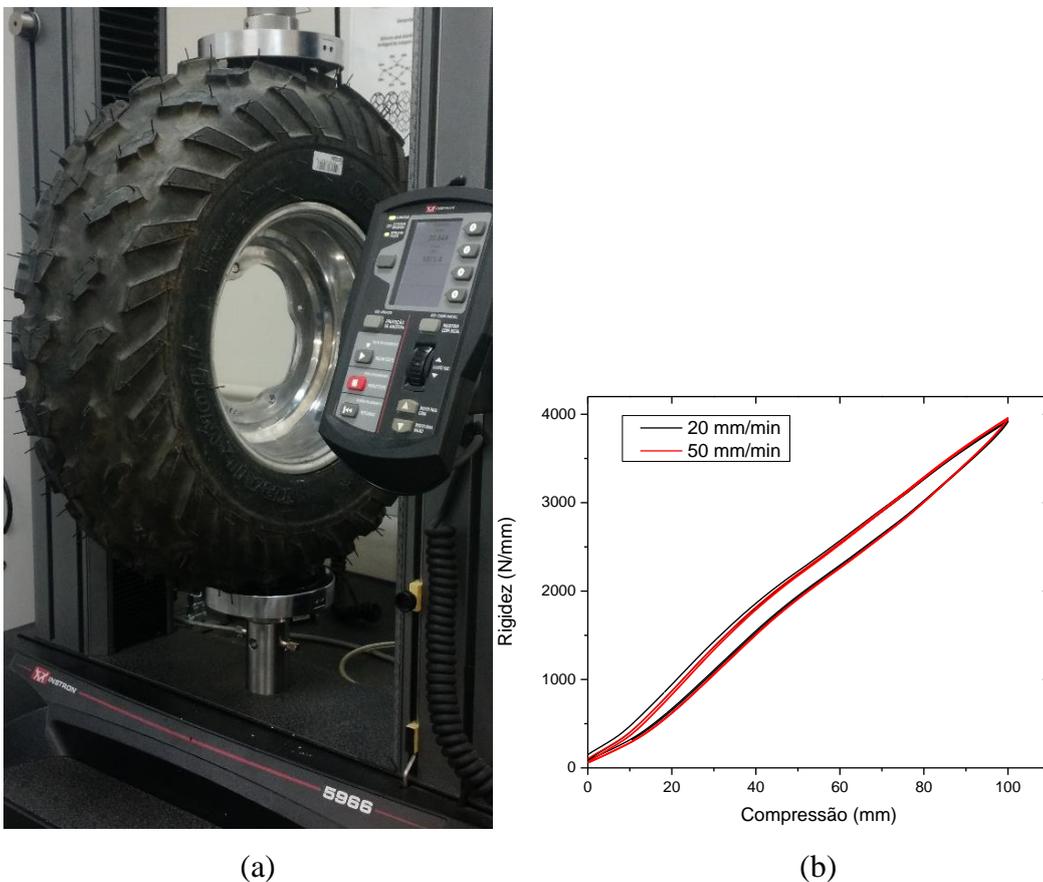
**Figura 4-3:** Variação de rigidez no amortecedor e rigidez média

Com o auxílio do software *Origin*, essas curvas foram parametrizadas e inseridas nos modelos de vibração.

## 4.2 Pneu

Os pneus também têm grande influência no comportamento do veículo, por isso também foram testados a fim de conhecer como a variação da pressão interna influencia no comportamento dinâmico.

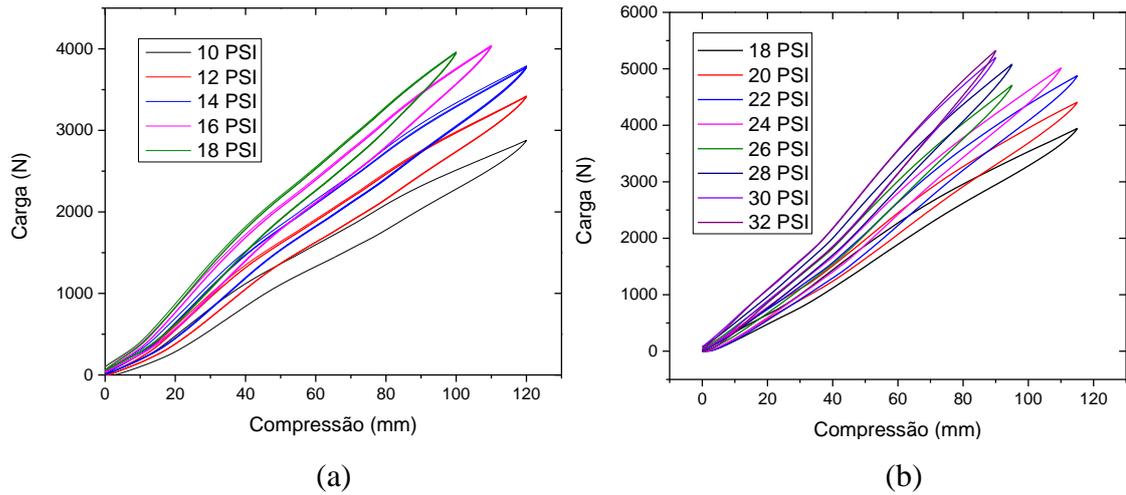
Assim, eles também foram testados na máquina de tração INSTRON 5966, realizando 3 ciclos para cada pneu, conforme feito para o amortecedor, primeiro foi verificada a influência da velocidade do teste, como pode ser visto na Figura 4-4.



**Figura 4-4:** Influência da velocidade no ensaio do pneu

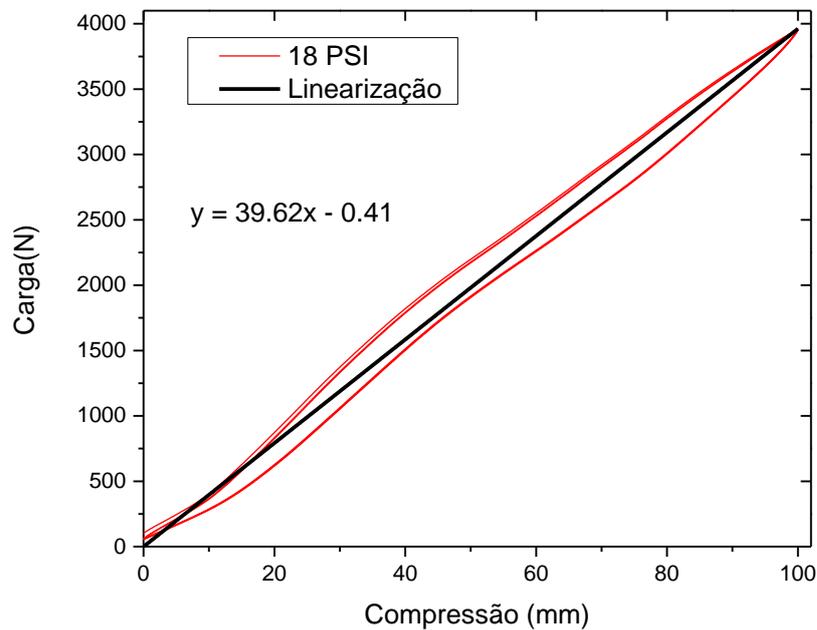
Como pode ser observado, não houve influência da velocidade, apenas no primeiro ciclo, fazendo assim com que nos ensaios subsequentes o primeiro ciclo seja descartado.

Os fabricantes dos pneus dianteiros e traseiros recomendam pressões diferentes máximas, 20 PSI e 36 PSI respectivamente. Obtendo os resultados apresentados na Figura 4-5.



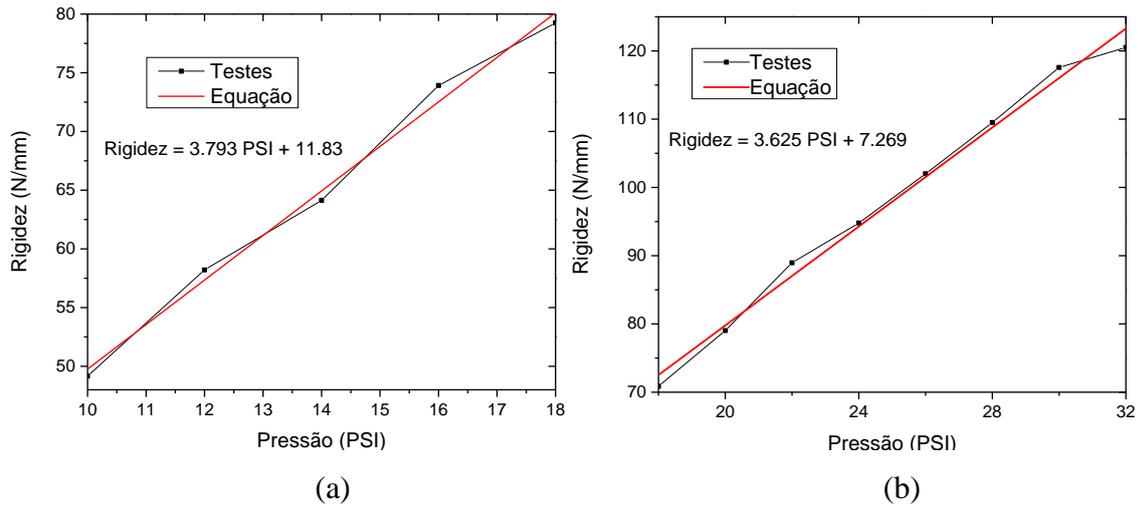
**Figura 4-5:** Resultados do ensaio do pneu

As curvas de carga e descarga formam um laço de histerese, indicando que ocorre dissipação de energia interna durante a deformação do pneu, gerando um amortecimento. Como os modelos desconsideram o amortecimento do pneu, a rigidez será definida pelos coeficientes angulares das curvas lineares ajustadas, como pode ser visto na Figura 4-6.



**Figura 4-6:** Cálculo da rigidez no pneu - Pneu dianteiro com 18 PSI

Assim, como o ensaio realizado comprime o pneu em dois locais, é como se estivesse usando duas molas em série (Figura 4-4 (a)), sendo necessário multiplicar por dois a rigidez, portanto teremos a rigidez dos pneus dianteiros e traseiros definidos na Figura 4-7.



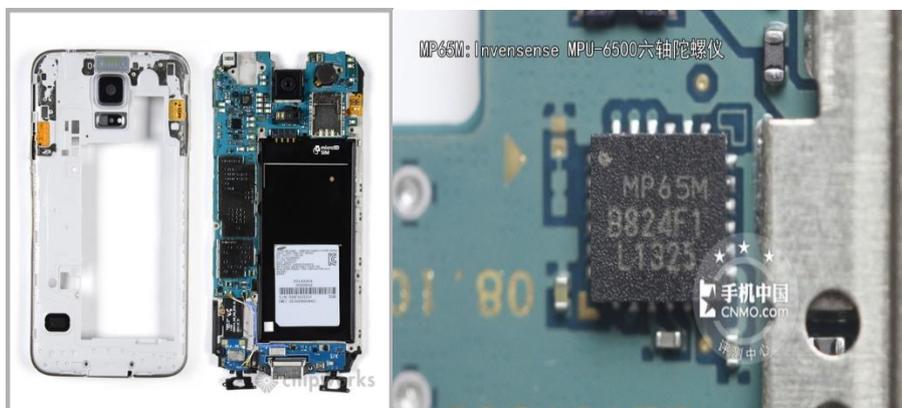
**Figura 4-7:** Resultado da Rigidez nos pneus dianteiro (a) e traseiro (b)

As Equações foram inseridas nos modelos, a fim de definir a melhor relação entre as pressões dos pneus para o controle de vibrações.

### 4.3 Envelope de Performance – Diagrama “G-G”

Para melhor determinação das acelerações envolvidas durante a performance do veículo, foram testados os limites das mesmas. O sensor utilizado é o MPU 6500, um dispositivo de rastreamento de movimento com 6 eixos, que combina 3 eixos do giroscópio, 3 eixos do acelerômetro e um processador de movimento digital (Digital Motion Processor™ - DMP) em um pequeno pacote 3x3x0,9mm. [MPU-6500 Product Specification].

Esse dispositivo é encontrado nos celulares (Figura 4-8) e pela praticidade e facilidade, o mesmo foi utilizado. O sensor se encontra na parte superior direita do celular, quando observado de frente para tela.



**Figura 4-8** – Disposição do sensor no celular

Para a interface onde são obtidos os dados do sensor e gravados no celular, foi utilizado o aplicativo *Accelerometer Analyzer*®, mostrado na Figura 4-9.



**Figura 4-9** - Interface no dispositivo

O intervalo em que os dados são gravados pode variar. Para os testes foi selecionada a opção do sensor onde esse intervalo é o menor possível, gravando dados a 200 frames por segundo, ou seja, um dado contendo quatro valores a cada 0,004s. Esses quatro valores são a variação da aceleração nos três eixos e o tempo desde a última medição. As unidades das acelerações podem ser em  $m/s^2$  ou em G (unidade com referência a gravidade da terra). A Figura 4-10 mostra o exemplo do arquivo .txt exportado pelo aplicativo.

```
# data format:
# so we have 4 columns with values separated by the " "
# X Y Z time_from_previous_sample(ms)

# sensor speed set to:FASTEST
# units set to: Gravity
# gravity filtered out
# Accuracy: HIGH
-0,202 7,491 -4,725 0
0,236 8,706 -2,687 4
-1,101 8,282 3,552 5
-0,536 6,382 2,722 5
```

**Figura 4-10** - Exportação de arquivo .txt

O local onde o teste foi feito é composto por um terreno de terra batida. Por causa das condições climáticas do dia do teste, o terreno ficou levemente molhado por uma chuva leve, deixando a terra úmida, o que afetou para um maior deslizamento dos pneus em situação de

sobre-esterçamento. A Figura 4-11 mostra o terreno onde foram feitos os testes e a disposição dos cones que foram colocados como obstáculos de manobrabilidade.



**Figura 4-11** - Teste em campo

A fixação do celular no veículo foi feita de forma com que os membros que realizaram o teste pudessem manusear o celular e usar o aplicativo em questão, conforme Figura 4-12. Essa fixação provou influência no resultado dos dados por não ser uma fixação que absorvesse as vibrações do veículo. Essa vibração foi levada em consideração e será exposta mais a frente.



**Figura 4-12** - Fixação do celular no protótipo

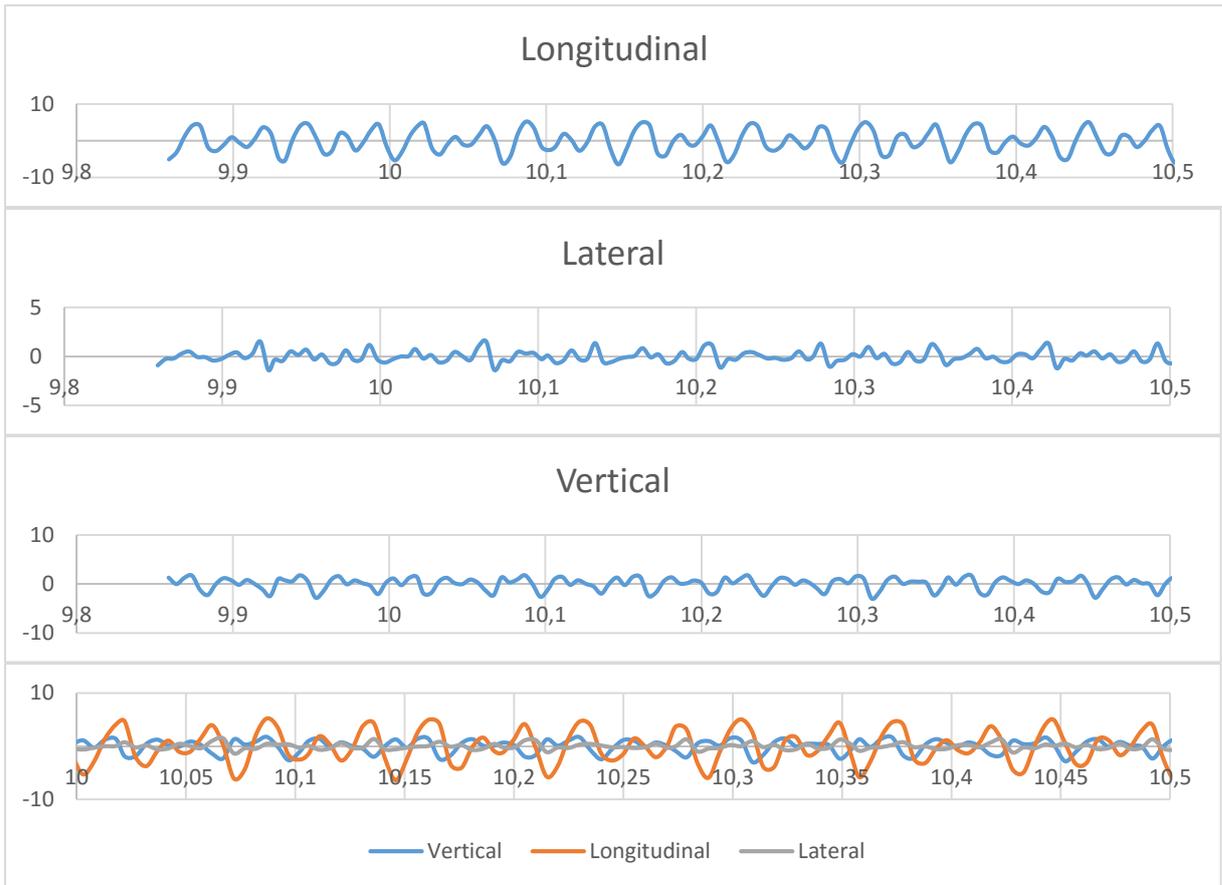
Foram realizados mais de um teste para obtenção de dados válidos. Primeiro foram adquiridos os dados com o veículo parado, com o motor em baixa rotação e com o motor em alta rotação. Seguidos de testes com o trajeto do veículo livre, para obter as maiores acelerações no protótipo. Após foram feitos testes com trajeto definido por 5 cones, igualmente espaçados em 3,5 m, e marcado o tempo percorrido no trajeto.



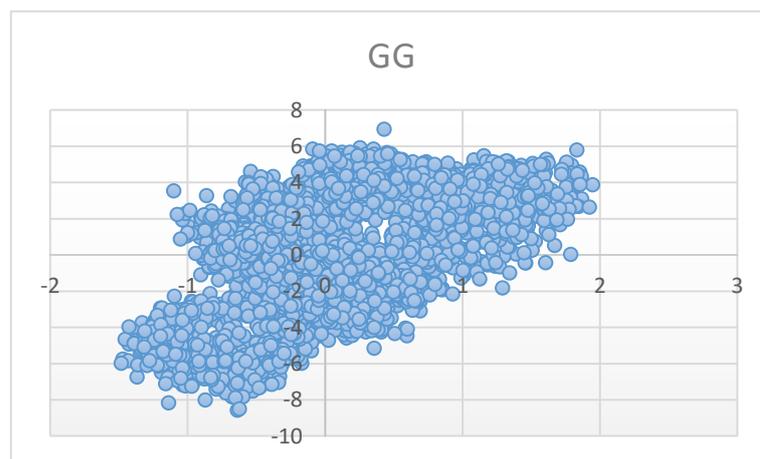
**Figura 4-13** - Realização do teste

O primeiro teste, onde os dados são adquiridos com o veículo parado e com o motor em rotação baixa, foi realizado para obter a influência da vibração do motor nos resultados. A Figura 4-14 mostra os dados adquiridos nos eixos longitudinal, lateral e vertical. Nota-se um padrão de vibração na oscilação dos dados. Nesse teste foram obtidos 5189 pontos, cada ponto com 3 valores, um para cada eixo. Para observação do padrão é demonstrado apenas uma curta seção dos dados. Na mesma figura pode-se observar os dados dos três eixos no mesmo gráfico.

A Figura 4-15, também chamada de gráfico GG, mostra os dados dos eixos longitudinal (eixo vertical) e o eixo lateral (eixo horizontal). Com esse gráfico é possível observar o comportamento do veículo durante o teste. Nesse caso, com o veículo parado, as acelerações medidas são somente da vibração. O gráfico GG é utilizado para observar o comportamento do veículo em movimento. Nessa figura, ele está sendo mostrado apenas para ilustrar as acelerações máximas causadas pela vibração do motor. Os valores dos gráficos estão em  $m/s^2$ .

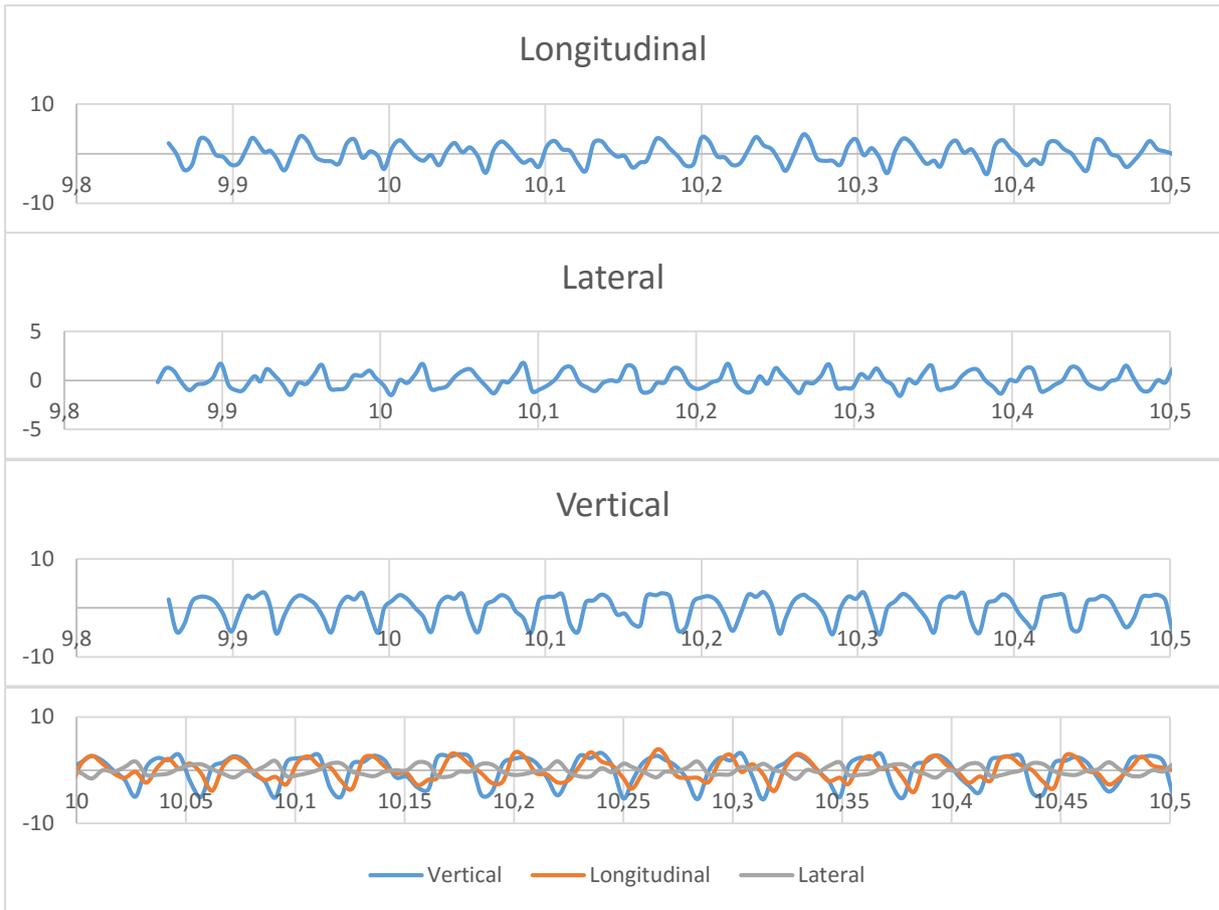


**Figura 4-14** - Variação da aceleração devido a vibração do motor em baixa rotação nos três eixos separadamente e juntos

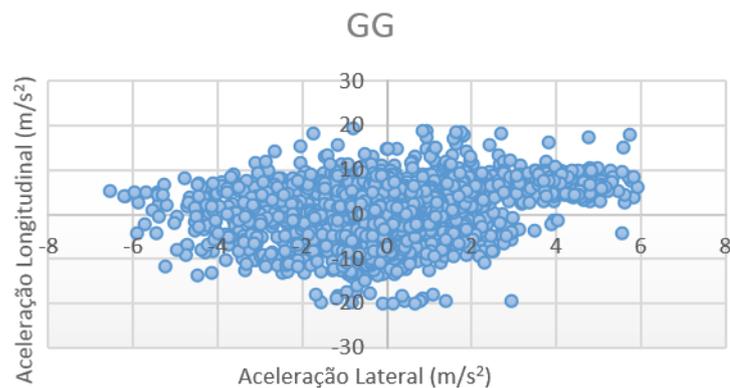


**Figura 4-15** - Gráfico GG da influencia da vibração do motor em baixa rotação

O segundo teste foi realizado da mesma forma, somente modificando a rotação do motor de baixa rotação para alta. A Figura 4-16 mostra os resultados obtidos. Nesse teste foram obtidos 6126 pontos, cada ponto com 3 valores, um para cada eixo.



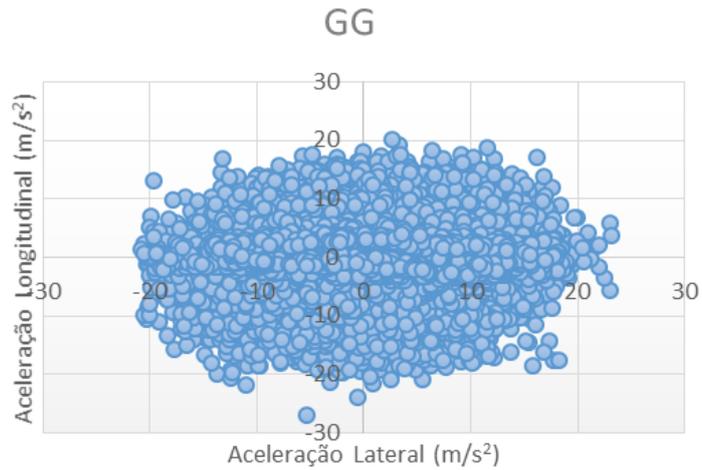
**Figura 4-16** - Variação da aceleração devido a vibração do motor em alta rotação nos três eixos separadamente e juntos



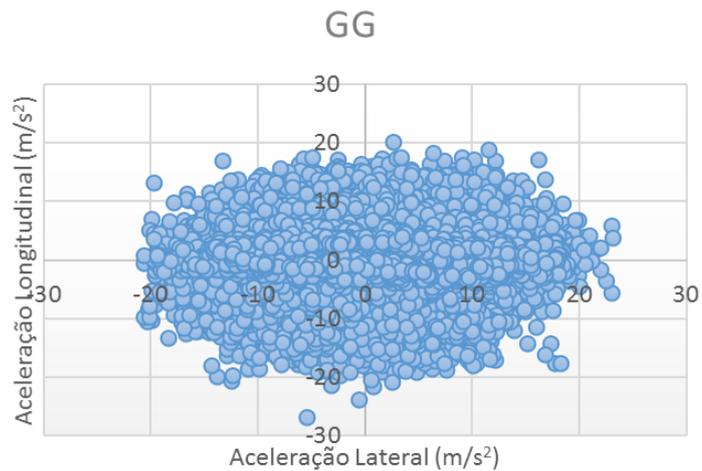
**Figura 4-17** - Gráfico GG da influência da vibração do motor em alta rotação

O terceiro teste foi realizado sem trajeto definido, cabendo ao piloto retirar o melhor de desempenho do veículo. Foram realizadas acelerações a partir do veículo parado, curvas em alta velocidade, desacelerações bruscas e retomadas. A Figura 4-18 mostra o gráfico GG desse teste. Nota-se que a aceleração máxima longitudinal é de aproximadamente 20 m/s<sup>2</sup>.

Desconsiderando a influência do motor e da fixação do celular no veículo, pode-se subtrair 15  $m/s^2$  dessa aceleração máxima, obtendo um valor aproximado de 5  $m/s^2$  ou 0,5G.



**Figura 4-18** - Gráfico GG do teste de aceleração



**Figura 4-19** - Gráfico GG do teste de manobrabilidade

O teste de manobrabilidade foi realizado utilizando um trajeto definido onde o piloto teve que percorrer o trajeto entre os cones, fazer uma curva de 180° no ultimo cone e retomar, ainda percorrendo trajeto entre os cones. Foram feitos 10 testes iguais, sendo mostrado aqui apenas o teste em que o piloto percorreu o caminho no menor tempo, 18,97 s.

Nota-se no gráfico GG desse teste, Figura 4-19, um resultado parecido com o teste anterior. Algumas pequenas mudanças, mas alguns pontos extremos aparecem novamente.

## Capítulo 5

### 5 Resultados

#### 5.1 Dinâmica Lateral

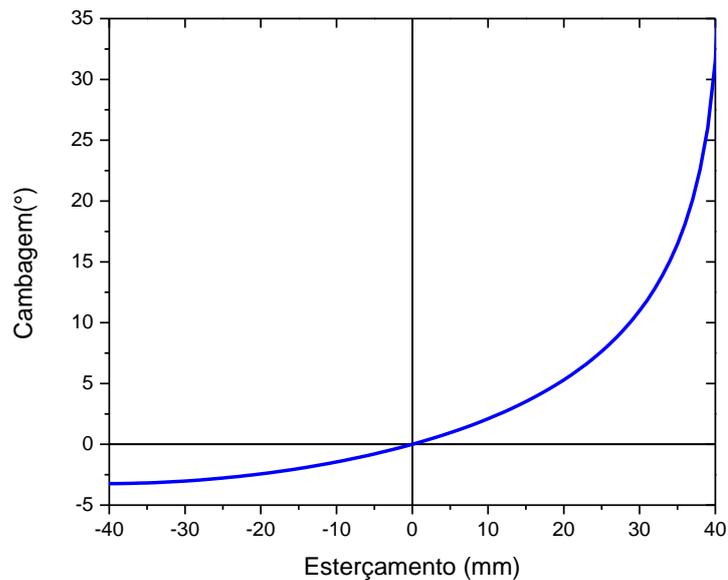
O começo da análise de dinâmica lateral se dá por uma avaliação das curvas geradas pela geometria da suspensão, como já explicado essas curvas foram obtidas com o auxílio do *software* Lotus.

##### 5.1.1 Lotus

As curvas obtidas no Lotus podem ser divididas em 3 partes, uma para o esterçamento do sistema de direção, outra para a rolagem do veículo e finalmente para o movimento vertical do veículo. A fim de facilitar a compreensão dos gráficos, será utilizada a cor azul para a suspensão dianteira e a cor vermelha para a suspensão traseira. Na Tabela 5-1 tem-se os valores dos parâmetros para que o sistema esteja em regime estático.

**Tabela 5-1** - Dados equilíbrio estático

	DIANTEIRA	TRASEIRA
Caster	9.86°	3.74°
Esterçamento	0°	0°
Cambagem	0°	0°
Rastro pneumático	45.67mm	17.40mm
King-pin	17.62°	0°
Altura do Centro de Rolagem	149.12mm	445.70mm



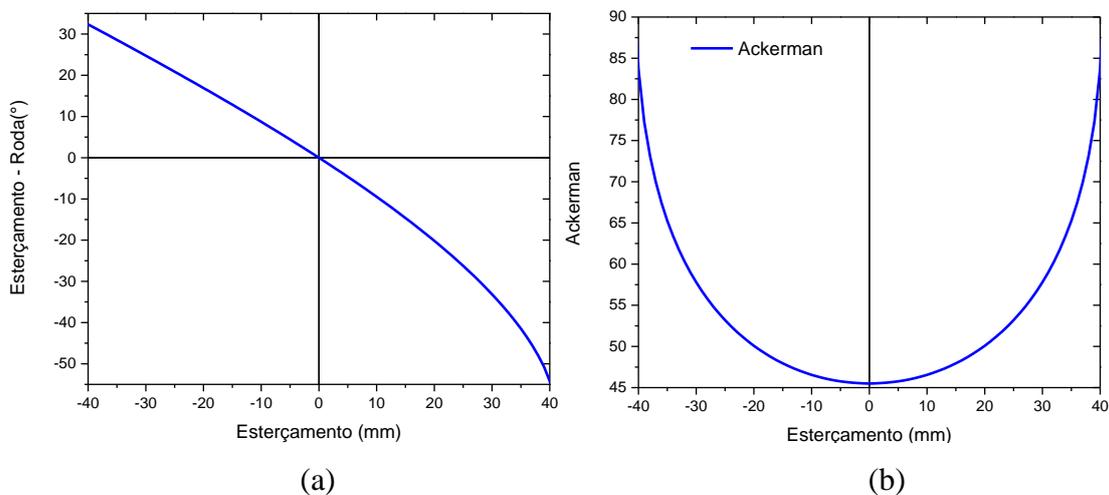
**Figura 5-1:** Variação de cambagem com o esterçamento

Devido ao elevado king-pin (Tabela 5-1), pode ser observado na Figura 5-1 que o esterçamento do sistema de direção cria uma cambagem elevada na roda de dentro da curva e pouco na roda externa, para veículos de asfalto essa situação é extremamente indesejada, pois além de gerar um desgaste irregular do pneu, reduz a área de contato, reduzindo a força lateral gerada. Já para situações em terreno macio, que é o caso, esta situação faz com que o pneu “cave” a terra e dificulte o deslizamento do mesmo, vide Figura 5-2.



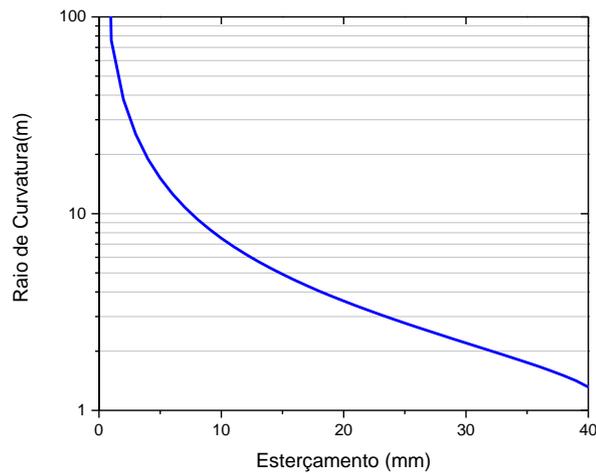
**Figura 5-2:** Esquema representando o comportamento do pneu em terra

Já a roda externa terá uma cambagem de cerca de  $-3^\circ$ , na condição extrema, que somado com a rolagem do veículo (calculado no item 5.1.2) é desprezível, garantindo assim o contato total entre o pneu e a pista.



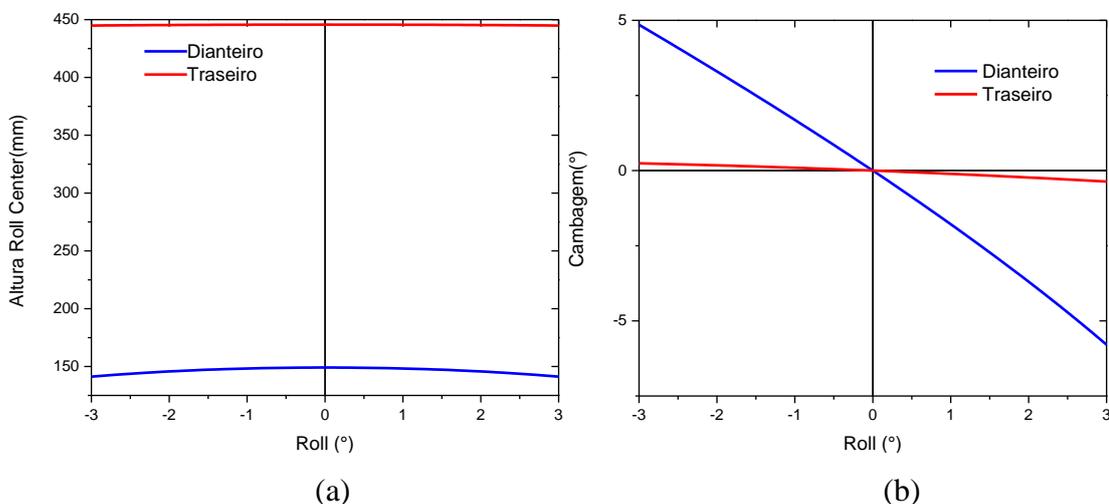
**Figura 5-3:** Esterçamento da roda (a) e Ackerman (b) em função do esterçamento do sistema de direção

A Figura 5-3 mostra como varia o ângulo de esterçamento da roda, pode ser visto na (a) que a roda interna da curva tem um esterçamento maior e que essa diferença aumenta com o esterçamento do sistema de direção. Isso é excelente em questão de curvas em baixa velocidade, como pode ser visto o Ackerman máximo de 85% se aproxima da unidade, que é o ponto onde, para baixas velocidades, ambas as rodas fazem a curva sem nenhum deslizamento. Já curvas em altas velocidades serão vistas no item 5.1.3



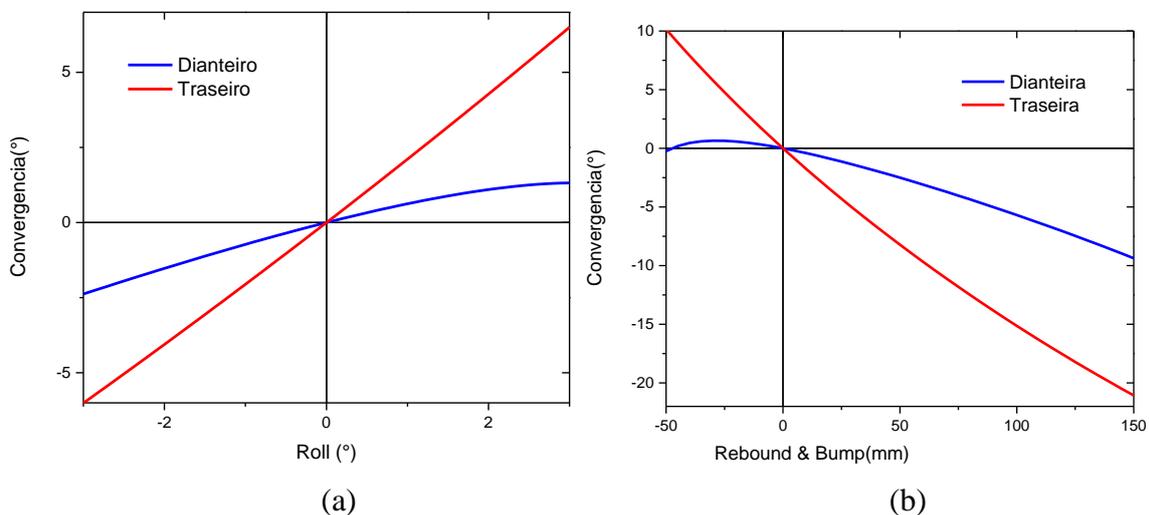
**Figura 5-4:** Raio de curvatura estático em função do esterçamento do sistema de direção

O raio de curvatura estático (baixa velocidade, Figura 5-4) é um fator importante para conhecer o comportamento do veículo, dependendo do coeficiente de sobre-esterçamento ele pode diminuir ( $K > 0$ ) ou aumentar ( $K < 0$ ), o raio de curvatura de 1,3 metros é de um valor razoável, para as solicitações impostas durante as competições, e 15% menor em relação ao protótipo anterior, suprimindo as necessidades do projeto.



**Figura 5-5:** Variação da altura do centro de rolagem (a) e cambagem (b) em função da rolagem

A Figura 5-5 (a) mostra que a tanto na dianteira quanto na traseira a altura do centro de rolagem não varia muito, o que é bom para manter as definições de projeto, manter a altura da traseira maior que a dianteira (cerca de 3 vezes) gera uma maior transferência de carga na traseira, o que cria uma tendência de sobrecarregar as rodas traseiras, fazendo elas perderem a tração e deslizarem. Já a Figura 5-5 (b) mostra que para a suspensão traseira a cambagem mantém zerada, garantindo a totalidade da área de contato, mas como a dianteira gera uma cambagem na mesma direção que o esterçamento (curva para a direita tem um esterçamento do sistema de direção positivo e rolagem negativa), ela ajuda ambas as rodas a cavar na terra, fazendo com que a dianteira fique mais presa que a traseira em situações de curva de alta velocidade.



**Figura 5-6:** Variação da Convergência em função da rolagem (a) e do movimento da roda (b)

Como pode ser visto na Figura 5-6, a suspensão traseira foi projetada com o intuito de, com a rolagem do chassi, as rodas esterçarem a fim de ajudar na curva (a roda de dentro da curva, esterça para dentro e a de fora da curva esterça para fora). Esse recurso ajuda a diminuir o raio de curvatura, antes de a transferência de carga ser grande o suficiente para as rodas traseiras perderem a tração. Já para a roda dianteira, o ideal é permanecer estabilizado em 0°, tanto para rolagem quanto para o movimento das rodas, para garantir a boa dirigibilidade do veículo. Impedindo de o piloto ter de “brigar” com a direção durante a curva.

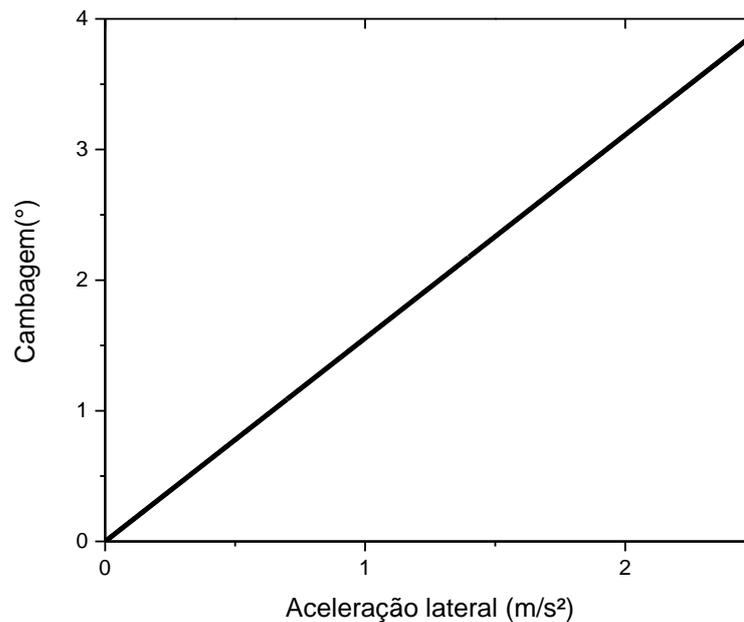
### 5.1.2 Transferência de Carga

Inicialmente é preciso definir o valor das rigidezes ao rolamento (Eq. 3-4). O valor de  $\frac{\Delta l_{\text{mola}}}{\Delta z_{\text{tiro}}}$  foi obtido no Lotus, sendo 0,520 para a dianteira e 0,624 para a traseira. Então:

$$K_{\phi f} = 0,5 * K_{sf} \frac{\Delta l_{\text{mola}}}{\Delta z_{\text{tiro}}} * t_f^2 = 0,5 * 31600 * 0,520 * 1,37^2 = 15,42kNm$$

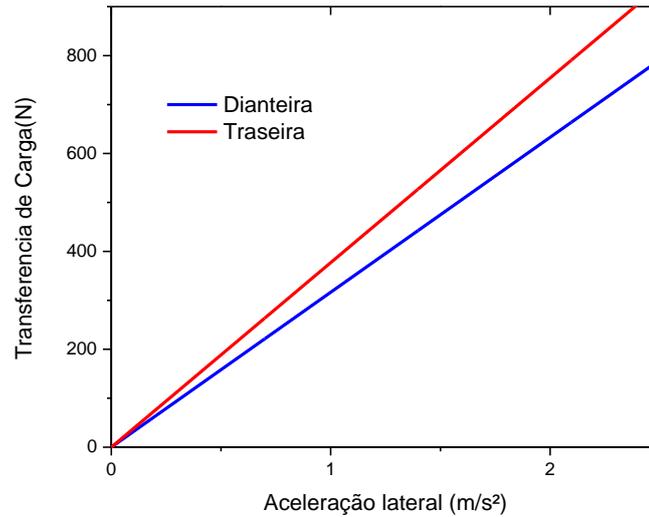
$$K_{\phi r} = 0,5 * K_{sr} \frac{\Delta l_{\text{mola}}}{\Delta z_{\text{tiro}}} * t_r^2 = 0,5 * 31600 * 0,624 * 1,2^2 = 14,20kNm$$

No item 4.3 é medida uma aceleração lateral máxima de 2g, a transferência de carga será medida com até uma aceleração máxima de 2,5g. Primeiro, pela rotina descrita no item 3.1.2 (Anexo II-1), temos definido a relação entre a aceleração lateral e o ângulo de rolagem, demonstrado na Figura 5.7.



**Figura 5-7:** Relação entre aceleração lateral e rolagem

Como esperado, a variação da altura do centro de rolagem não fez muito efeito, justamente por ela ser muito pequena, conforme a Figura 5-5(a). Essa relação é inserida na Equação 3-2. Obtendo os resultados da Figura 5-8.

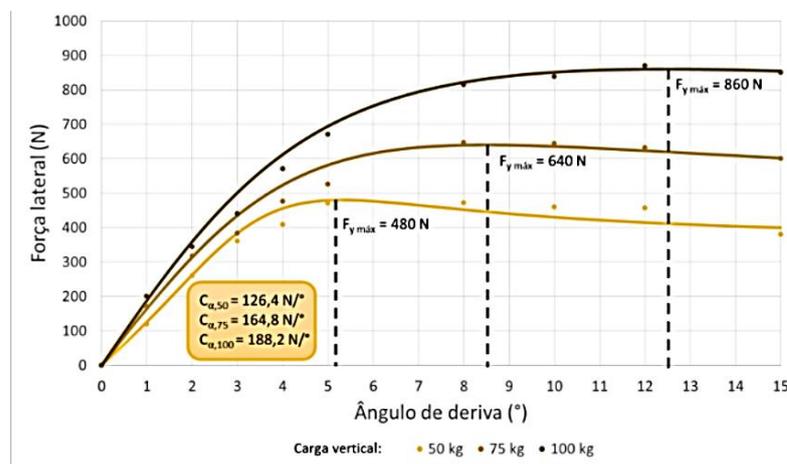


**Figura 5-8:** Transferência de carga em função da aceleração lateral

Apesar da diferença entre ambas ser pequena, devido a rigidez ao rolamento da dianteira ser um pouco mais elevada, esta análise não leva em consideração a pré-carga aplicada nos amortecedores, o que tende a aumentar significativamente essa diferença. Quanto maior a transferência de carga, maior as chances de o pneu deslizar, mas devido ao fato da alta cambagem na dianteira, a traseira tenderá a perder a tração antes, que é o ideal para o protótipo, pois irá reduzir o raio de curvatura dinâmico.

### 5.1.3 Coeficiente de sobre-esterçamento

Como não foi possível definir experimentalmente os valores de  $C_{\alpha_f}$  e  $C_{\alpha_r}$ , será utilizado os valores encontrados por Yagamata [15], por se tratar de um pneu similar aos utilizados neste protótipo.



**Figura 5-9:** Curva de Força lateral em função do ângulo de deriva

Como pode ser visto na Figura 5-9, Yagamata obteve  $C_{\alpha}$  de 126,4 N/°, 164,8 N/° e 188,2 N/°, para cargas verticais de 50 Kg, 75 Kg e 100 Kg respectivamente. Assim, pela carga vertical nos pneus dianteiros e traseiros, por regra de três temos  $C_{\alpha_f} = 132,5 \text{ N/°}$  e  $C_{\alpha_r} = 170,4 \text{ N/°}$ . Esses valores desconsideram a variação da pressão interna do pneu, que é um fator que pode ser utilizado para modificar tais coeficientes. Com esses dados em mãos cada coeficiente pode ser calculado, assim:

### 5.1.3.1 $K_{tire}$

Com os valores de  $C_{\alpha}$  e as distribuição de massa definidos. Esse coeficiente pode ser simplesmente calculado pela Equação 3-5.

$$K_{tire} = \frac{W_f}{C_{\alpha_f}} - \frac{W_r}{C_{\alpha_r}} = \frac{1059,48}{132,5} - \frac{1589,22}{170,4} = -1,33 \text{ °/}g$$

### 5.1.3.2 $K_{camber}$

Gillespie [1] diz que o  $C_{\gamma}$  é cerca de 4 a 6 vezes menor que o  $C_{\alpha}$ , então a relação  $\frac{C_{\gamma}}{C_{\alpha}}$  ficará em 0.2 para ambas as rodas, pois o  $C_{\gamma}$  é de difícil obtenção, já os  $\frac{\partial \gamma}{\partial \Phi}$  e  $\frac{\partial \Phi}{\partial a_y}$  podem ser obtidos das Figuras 5-5(b) e 5-7. Pela Equação 3-6:

$$K_{camber} = \left( \frac{C_{\gamma_f}}{C_{\alpha_f}} \frac{\partial \gamma_f}{\partial \Phi} - \frac{C_{\gamma_r}}{C_{\alpha_r}} \frac{\partial \gamma_r}{\partial \Phi} \right) \frac{\partial \Phi}{\partial a_y} = (0,2 * 1,76 - 0,2 * 0,1)1,56 = 0,52 \text{ °/}g$$

### 5.1.3.3 $K_{roll\ steer}$

O termo  $\varepsilon$ , como já explicado é o esterçamento das rodas em função da rolagem em radianos, sendo encontrado na Figura 5-6(a), epal Equação 3-7

$$K_{roll\ steer} = (\varepsilon_f - \varepsilon_r) \frac{\partial \Phi}{\partial a_y} = (0,01 - 0,37)1,56 = -0,56 \text{ °/}g$$

### 5.1.3.4 $K_{aligning\ torque}$

O rastro mecânico pode ser medido no Lotus, sendo igual a 45,67mm, então pela Equação 3-8:

$$K_{at} = W \frac{p}{L} \frac{C_{\alpha_f} + C_{\alpha_r}}{C_{\alpha_f} C_{\alpha_r}} = 2648,7 * \frac{0,0457}{1,2} \left( \frac{132,5 + 170,4}{132,5 * 170,4} \right) = 1,35 \text{ } ^\circ/g$$

### 5.1.3.5 $K_{\text{lateral load transfer}}$

De acordo com a literatura, o valor de b gira em torno de 0,1 e a transferência de carga em função de 1 m/s<sup>2</sup> de aceleração. Pela Equação 3-9:

$$K_{llt} = \frac{W_f}{C_{\alpha_f}} \frac{2b\Delta F_{zf}^2}{C_{\alpha_f}} - \frac{W_r}{C_{\alpha_r}} \frac{2b\Delta F_{zr}^2}{C_{\alpha_r}} =$$

$$\frac{1059,48 * 2 * 0,1 * 32,27^2}{132,5^2} - \frac{1589,22 * 2 * 0,1 * 38,44^2}{170,4^2} = -3,61 \text{ } ^\circ/g$$

### 5.1.3.6 $K_{us}$

O total é o somatório de cada parcela, sendo definido em

$$K_{us} = -1,33 + 0,52 - 0,56 + 1,35 - 3,61 = -3,63 \text{ } ^\circ/g$$

Esse  $K_{us}$  significa que para cada g de aceleração lateral é preciso esterçar as rodas menos 3,62° para fazer uma curva de mesmo raio, então ao se manter o esterçamento o raio de curvatura diminui. O que é o ideal para o projeto, fazer curvas dinâmicas menores, sempre tendendo a ocorrer o deslizamento da traseira.

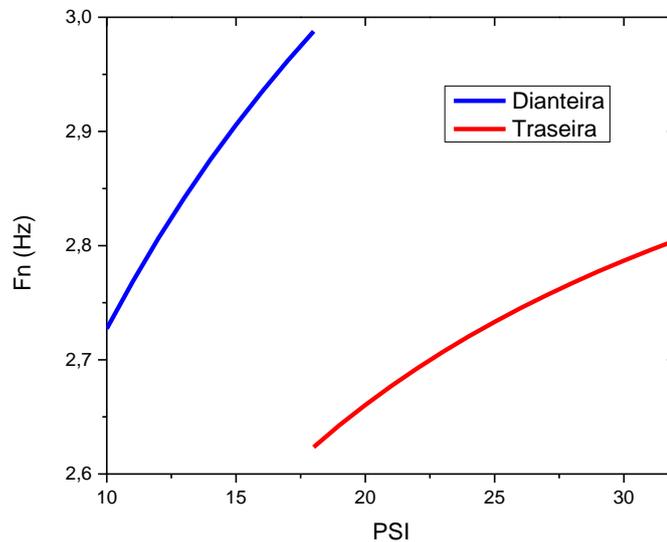
## 5.2 Dinâmica Vertical

Para iniciar o estudo da dinâmica vertical, será feito primeiramente uma análise com o modelo linear, vendo como varia a frequência de ressonância ao mudar a pressão dos pneus, vale lembrar que as frequências definidas pela literatura como valores ótimos estão listados na Tabela 5-2 [1].

**Tabela 5-2** - Frequências da ótimas para veículos de performance [1]

Frequência de Bounce	Frequência de Pitch	Frequência de Roll
2– 2,5 Hz	1 – 1,5 Hz	1 – 1,5 Hz

Pelas curvas obtidas na Figura 4-7, o valor da rigidez média do amortecedor e a Equação 2-1 do cálculo de rigidez equivalente, obtem-se a variação da frequência natural da massa suspensa no modelo linear, apresentado na figura 5-10.



**Figura 5-10:** Frequência natural em função da pressão nos pneus

Os valores lineares obtidos são relativamente altos, principalmente na dianteira, (como dito antes, os valores ideais para veículos de performance gira em torno de 2 Hz), mas eles desconsideram a inclinação do amortecedor e a relação entre o movimento da roda e a compressão do amortecedor ( $\frac{\Delta l_{mola}}{\Delta z_{tiro}}$ ), que irá influenciar mais a suspensão dianteira por ter uma maior inclinação do amortecedor e relação menor, explicado no item sobre transferência de carga. Mas esses dados nos mostram que o ideal é trabalhar com o pneu dianteiro com baixa pressão e o traseiro com alta pressão.

Vale ressaltar que todos os valores de frequência natural citados nos resultados de dinâmica vertical dos modelos não lineares, são as frequências principais de oscilação livre de cada movimento, sendo calculado pela medição da duração entre os picos do movimento. No final do estudo, onde é definido as configurações ideais serão medidos as frequências naturais e os modos de vibração do modelo linear com condições semelhantes.

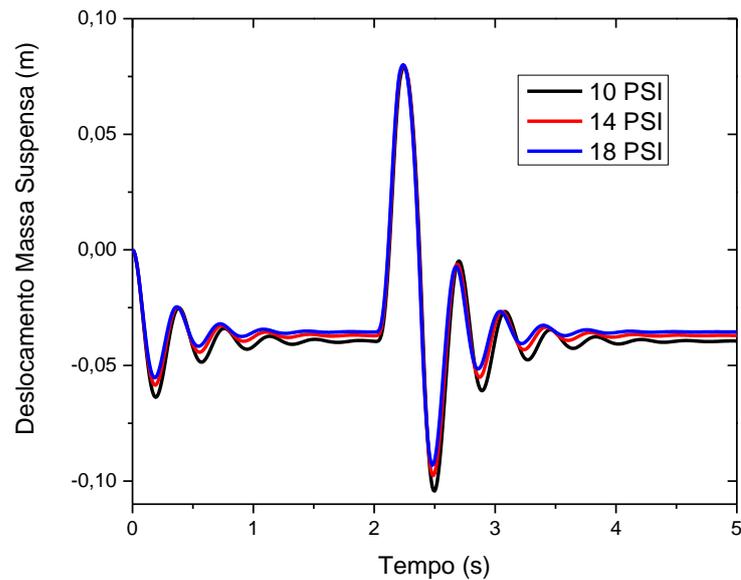
### 5.2.1 *Quarter-Car*

Para melhores resultados esse estudo será feito no modelo não linear. Como a pressão do amortecedor não influencia na frequência do sistema, a mesma será fixada em 70

PSI e será variado a pressão do pneu, em simulação onde o veículo irá passar pelo quebra-molas à 10 m/s.

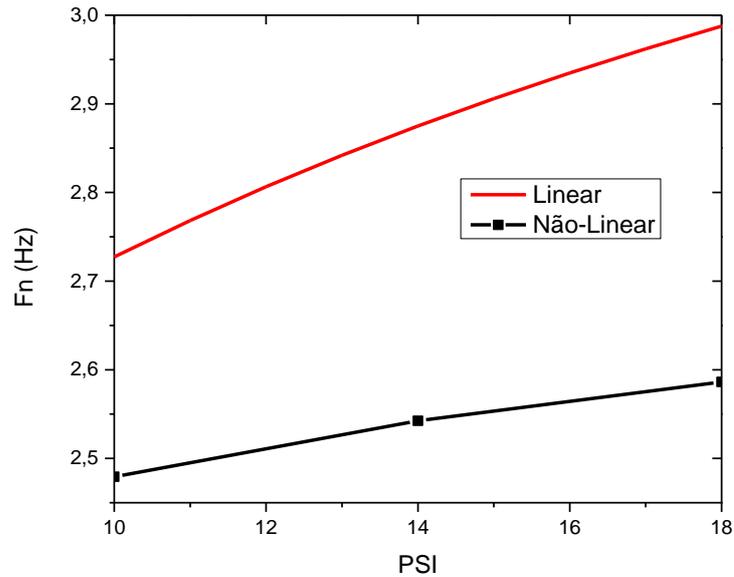
### 5.2.1.1 Suspensão dianteira

Como o pneu dianteiro tem uma menor regulagem, serão realizadas apenas três simulações com as pressões de 10, 14 e 18 PSI. Serão analisados apenas as frequências da massa suspensa, por ser o ponto de interesse, como pode ser visto na Figura 5-11.



**Figura 5-11:** Resultado dinâmico da suspensão dianteira no modelo de 1/4 de carro

Como pode ser visto, a mudança da rigidez do pneu tem uma pequena influência na amplitude do movimento e também interfere na frequência natural da massa suspensa, como pode ser vista na Figura 5-12.

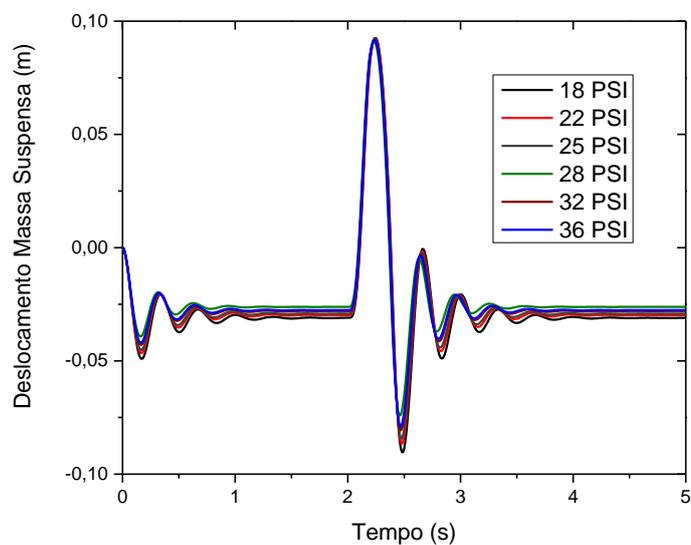


**Figura 5-12:** Frequência natural da suspensão dianteira

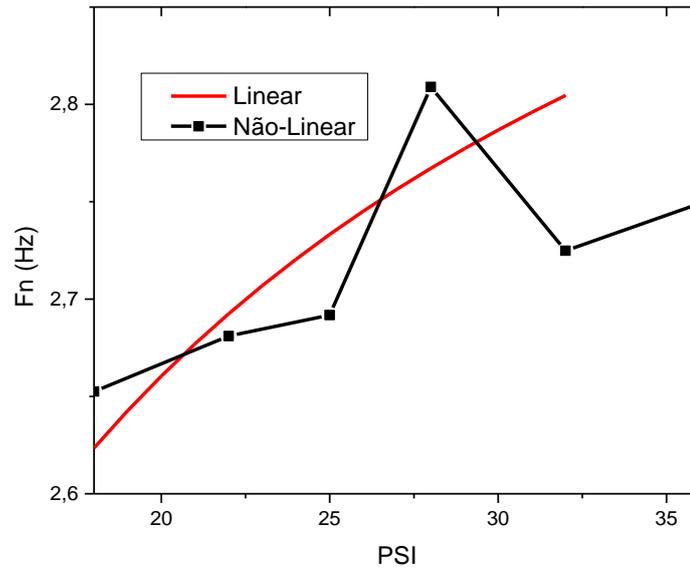
Como pode ser visto no modelo dinâmico houve uma redução de 10~15%, o que já era esperado, devido a influência da geometria. Além disso o modelo não linear reforça que a melhor configuração para a suspensão dianteira é ter a pressão do pneu em 10 PSI.

### 5.2.1.2 Suspensão Traseira

O pneu traseiro trabalha com uma maior variação de pressão, indo a um máximo de 36 PSI, assim será realizado mais simulações, com as pressões de 18, 22, 25, 28, 32 e 36 PSI. Como a suspensão dianteira, o pneu influencia apenas um pouco na amplitude e modifica a frequência natural da massa suspensa (Figura 5-13).



**Figura 5-13:** Resposta dinâmica da suspensão traseira para o modelo de 1/4 de carro



**Figura 5-14:** Frequência natural da suspensão traseira

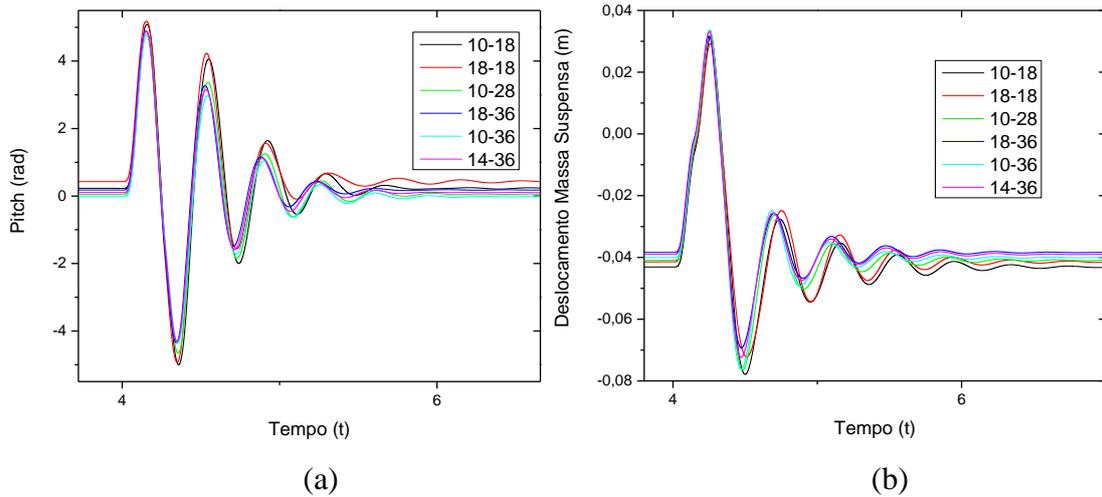
Como a Figura 5-14 nos mostra que as frequências naturais no modelo não linear se mantêm praticamente igual à do linear, não sofrendo interferência das não-linearidades do modelo, o que traz a conclusão que o fator de principal influência é a inclinação do amortecedor, sendo muito maior na suspensão dianteira.

### 5.2.2 *Half-car*

A fim de confirmar os resultados encontrados no item anterior, foram feitas algumas simulações no modelo de ½ carro, testando algumas configurações de pneu, em simulações onde o veículo passa pelo quebra-molas em uma velocidade de 10 m/s. Utilizando as configurações descritas na Tabela 5-3. Como pode ser visto, foram realizadas com os limites de pressão e alguns intermediários, com os resultados mostrados na Figura 5-15.

**Tabela 5-3** - Relação de pressões para simulação de 1/2 carro

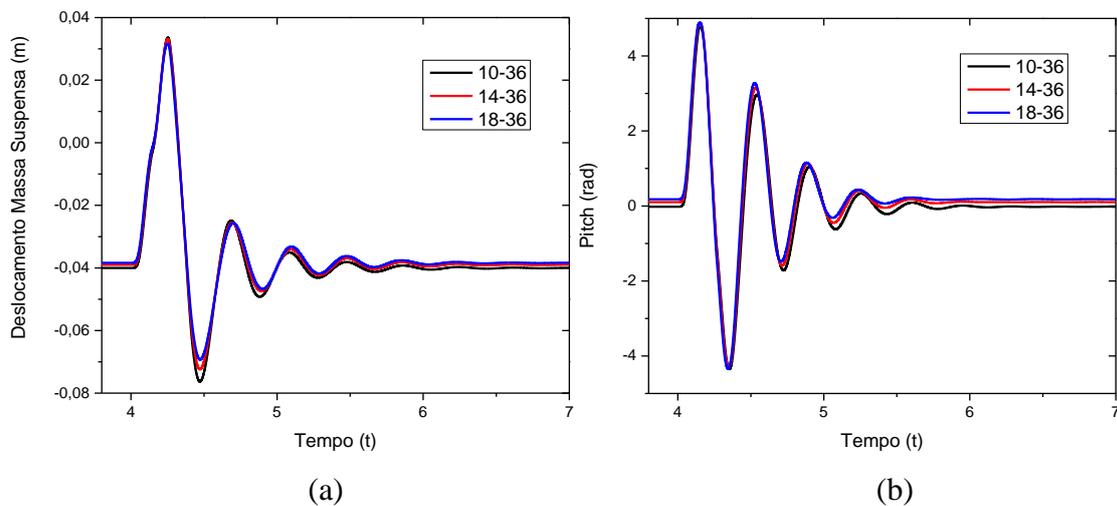
<b>Pneu dianteiro (PSI)</b>	<b>Pneu Traseiro (PSI)</b>
<b>10</b>	18
<b>18</b>	18
<b>10</b>	28
<b>10</b>	36
<b>14</b>	36
<b>18</b>	36



**Figura 5-15:** Resultados dinâmicos para modelo de 1/2 carro para *Pitch* (a) e *Bounce* (b)

### 5.2.2.1 Pressão do pneu traseiro fixo em 36 PSI

Para entender melhor a influência dos pneus, os resultados serão analisados em menores grupos. Para começar a Figura 5-16 mostra a influência da variação de pressão no pneu dianteiro e matendo-se o traseiro na pressão máxima.



**Figura 5-16:** Resultados Dinâmicos variando a pressão no pneu dianteiro, com pneu traseiro fixo em 36 PSI

Como pode ser observado na Figura 5-16 (a) além de diminuir a amplitude dos movimentos, ao aumentar a rigidez do pneu dianteiro não influencia na frequência natural de *bounce*, já na Figura 5-16 (b) o aumento da rigidez do pneu não influencia na amplitude, aumenta ligeiramente a frequência natural e agiliza a estabilização, visualmente. Os resultados estão contabilizados na Tabela 5-4, os valores da tabela foram medidos a partir do primeiro pico sem influência do obstáculo (aproximadamente 4,7 s). Por dificuldades computacionais

os valores de frequência foram obtidos medindo a distância entre picos, esses dados são as frequências principais de oscilação livre para cada um dos movimentos.

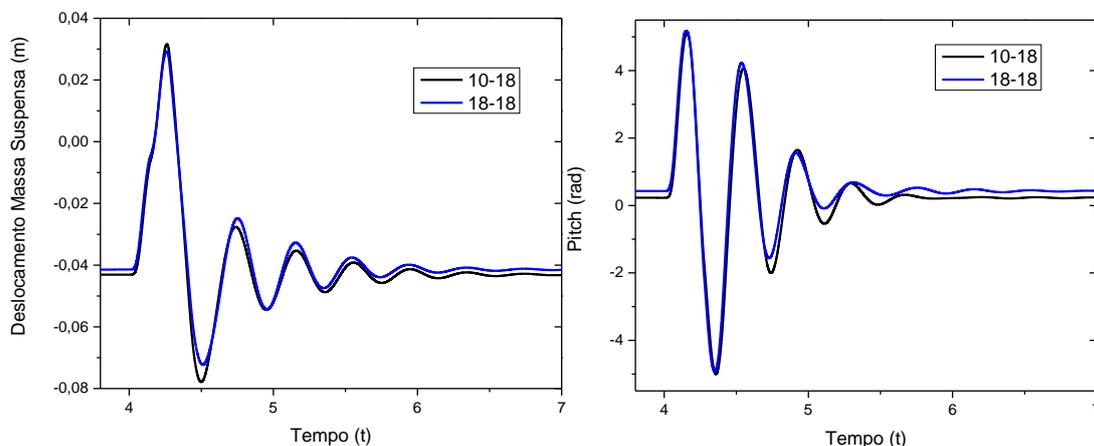
**Tabela 5-4** - Compilação dos resultados dinâmicos variando a pressão do pneu dianteiro, com pneu traseiro fixo em 36 PSI

	<b>Amplitude de Bounce</b>	<b>Frequência de Bounce</b>	<b>Amplitude de Pitch</b>	<b>Frequência de Pitch</b>
<b>10-36</b>	24,34 mm	2,55 Hz	4,69°	2,81 Hz
<b>14-36</b>	21,79 mm	2,58 Hz	4,75°	2,83 Hz
<b>18-36</b>	21,03 mm	2,61 Hz	4,76°	2,79 Hz

Pela análise do gráfico, pode-se concluir que ao manter o pneu traseiro no limite de pressão indicado pelo fabricante (36 PSI), a rigidez mais elevada da suspensão traseira controla o movimento do veículo, dando pouca liberdade de mudanças ao variar a rigidez da suspensão dianteira, o que condiz com a pequena variação da frequência natural da suspensão dianteira no modelo não linear (Figura 5-12). Tendo uma influência minimamente relevante apenas na amplitude de *Bounce*, de 15%.

### 5.2.2.2 Pneu Traseiro fixo em 18 PSI

Espera-se uma maior influência da suspensão dianteira ao se diminuir a rigidez da suspensão traseira. Portanto, aqui encontram-se os ensaios variando a rigidez do pneu dianteiro, mantendo o pneu traseiro com uma baixa pressão, como pode ser visto na Figura 5-17.



(a)

(b)

**Figura 5-17:** Resultados Dinâmicos variando a pressão no pneu dianteiro, com pneu traseiro fixo em 18 PSI

Pela Figura 5-17 (a) nota-se um aumento da amplitude de *bounce*, sem influencia na frequência, com o aumento da rigidez. Já na Figura 5-17 (b) têm-se uma redução da amplitude de *pitch*, retarda a estabilização e reduz a frequência de *pitch*. Os resultados foram compilados na Tabela 5-5.

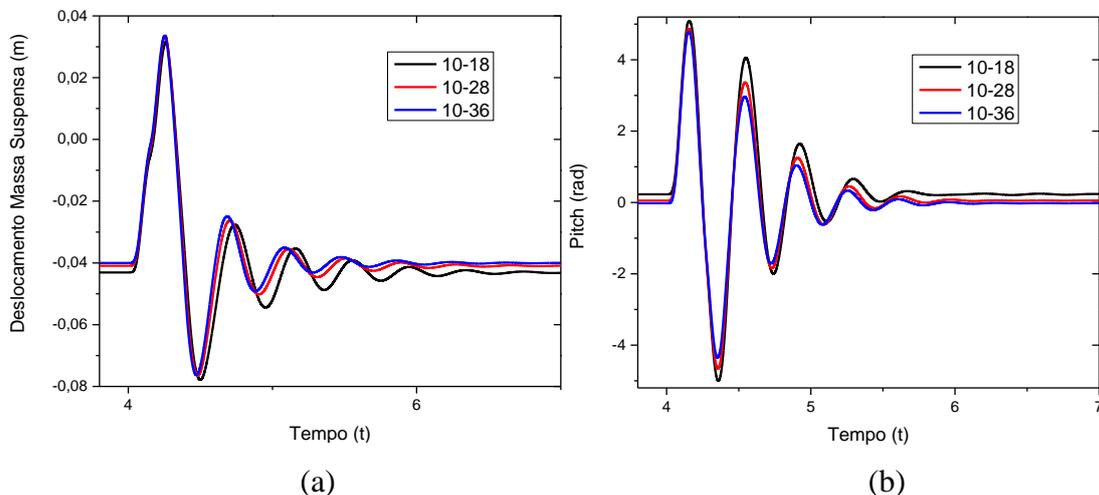
**Tabela 5-5** - Compilação dos resultados dinamicos variando a pressão do pneu dianteiro, com pneu traseiro fixo em 18 PSI

	Amplitude de Bounce	Frequência de Bounce	Amplitude de Pitch	Frequência de Pitch
<b>10-18</b>	26,85 mm	2,45 Hz	3,64°	2,68 Hz
<b>18-18</b>	29,50 mm	2,52 Hz	3,13°	2,58 Hz

Pela Tabela 5-5 percebe-se que a rigidez do pneu dianteiro tem maior interferência quando se diminui a rigidez do conjunto traseiro, tendo uma variação de até 5% nas frequências de *bounce* e *pitch*, aumentando a de *bounce* e diminuindo a de *pitch* com o aumento da pressão.

### 5.2.2.3 Pneu Dianteiro fixo em 10 PSI

Por último será verificada a influência da variação da rigidez traseira. Para isso será fixada a pressão do pneu dianteiro em 10 PSI. Segue na Figura 5-18 os resultados dinâmicos desta parte do estudo.



**Figura 5-18** - Resultados Dinâmicos variando a pressão no pneu traseiro, com pneu dianteiro fixo em 18 PSI

Observando a Figura 5-18 (a) nota-se que o aumento da rigidez do pneu traseiro tende a diminuir a amplitude e aumentar a frequência de *bounce*, o mesmo efeito pode ser observado na Figura 5-18 (b) para o *pitch*.

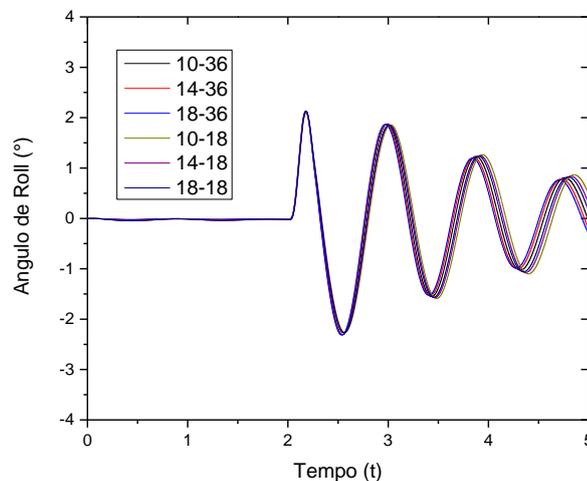
**Tabela 5-6** - Compilação dos resultados dinâmicos variando a pressão do pneu traseiro, com pneu dianteiro fixo em 18 PSI

	Amplitude de Bounce	Frequência de Bounce	Amplitude de Pitch	Frequência de Pitch
<b>10-18</b>	26,85 mm	2,45 Hz	6,06°	2,68 Hz
<b>10-28</b>	23,94 mm	2,52 Hz	5,21°	2,78 Hz
<b>10-36</b>	24,34 mm	2,55 Hz	4,76°	2,81 Hz

A Tabela 5-6 comprova o que foi visto na Figura 5-18, um aumento de até 5% nas frequências naturais e uma redução de até 20% na amplitude de *pitch*.

### 5.2.3 Full-car

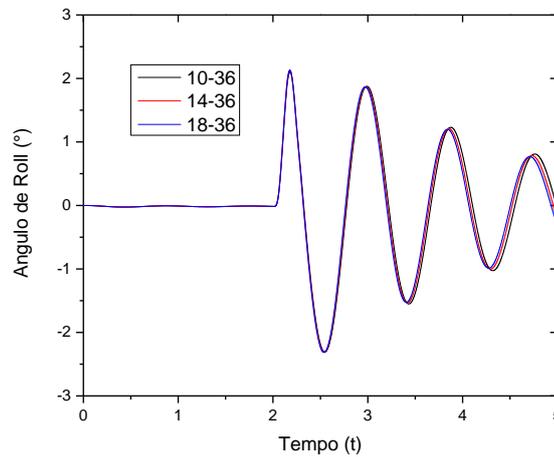
Pela análise de ½ carro foi possível definir como variam as frequências de *bounce* e *pitch*, juntamente com suas amplitudes. Para definir a variação da frequência de *roll* as mesmas variações de pneu serão utilizadas no modelo com 7 graus de liberdade, a fim de obter uma melhor análise de *roll*, no modelo será editada a equação do quebra-molas para agir como um obstáculo do tipo costela, agindo primeiramente nas rodas da direita e depois nas da esquerda (Figura 5-19).



**Figura 5-19:** Resultados dinâmicos de *roll* para modelo com 7 graus de liberdade

### 5.2.3.1 Pressão do Pneu Traseiro Fixo em 36 PSI

Como item 5.2.2 a primeira análise será feita com o pneu traseiro na rigidez máxima, obtendo os resultados na Figura 5-20 .



**Figura 5-20:** Resultados Dinâmicos variando a pressão no pneu dianteiro, com pneu traseiro fixo em 36 PSI

Observando a Figura 5-20, nota-se um aumento da frequência, mas não se percebe grandes diferenças na amplitude ao mudar a pressão no pneu dianteiro.

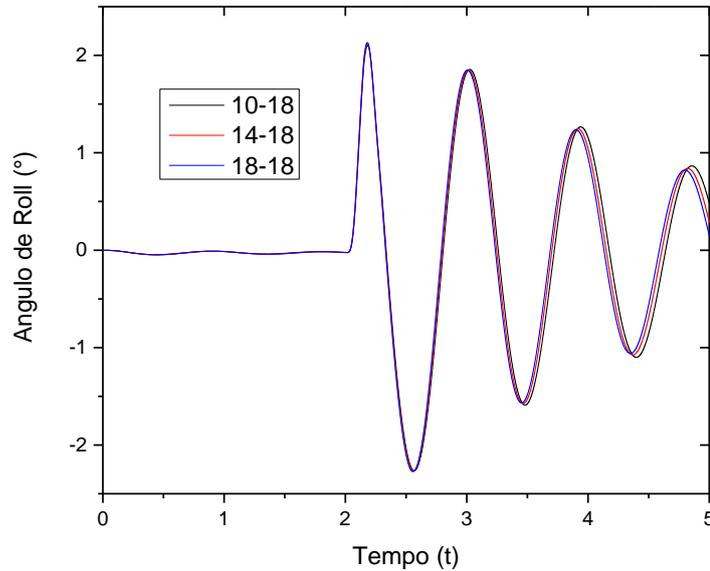
**Tabela 5-7** - Compilação dos resultados dinamicos variando a pressão do pneu dianteiro, com pneu traseiro fixo em 36 PSI

	<b>Amplitude de Roll</b>	<b>Frequência de Roll</b>
<b>10-36</b>	3,43°	1,12 Hz
<b>14-36</b>	3,40°	1,14 Hz
<b>18-36</b>	3,39°	1,15 Hz

Pela Tabela 5-7 pode ser visto que, com a rigidez da traseira no máximo, fazer modificações na pressão no pneu dianteiro não gera modificações significativas tanto na frequência quanto na amplitude, a diferença visual na frequência é apenas a propagação da pequena diferença de frequência obtida.

### 5.2.3.2 Pressão do Pneu Traseiro Fixo em 18 PSI

Como no estudo do *bounce* e *pitch*, espera-se uma maior influência da suspensão dianteira ao reduzir a rigidez do conjunto traseiro. A Figura 5-21 mostra os resultados dinâmicos de *roll* ao fixar a pressão do pneu traseiro em 18 PSI.



**Figura 5-21:** Resultados Dinâmicos variando a pressão no pneu dianteiro, com pneu traseiro fixo em 18 PSI

Como pode ser visto, igual ao item 5.2.3.1, tem-se um aumento da frequência de *roll* sem diferenças perceptíveis na amplitude, ao aumentar a pressão no pneu dianteiro.

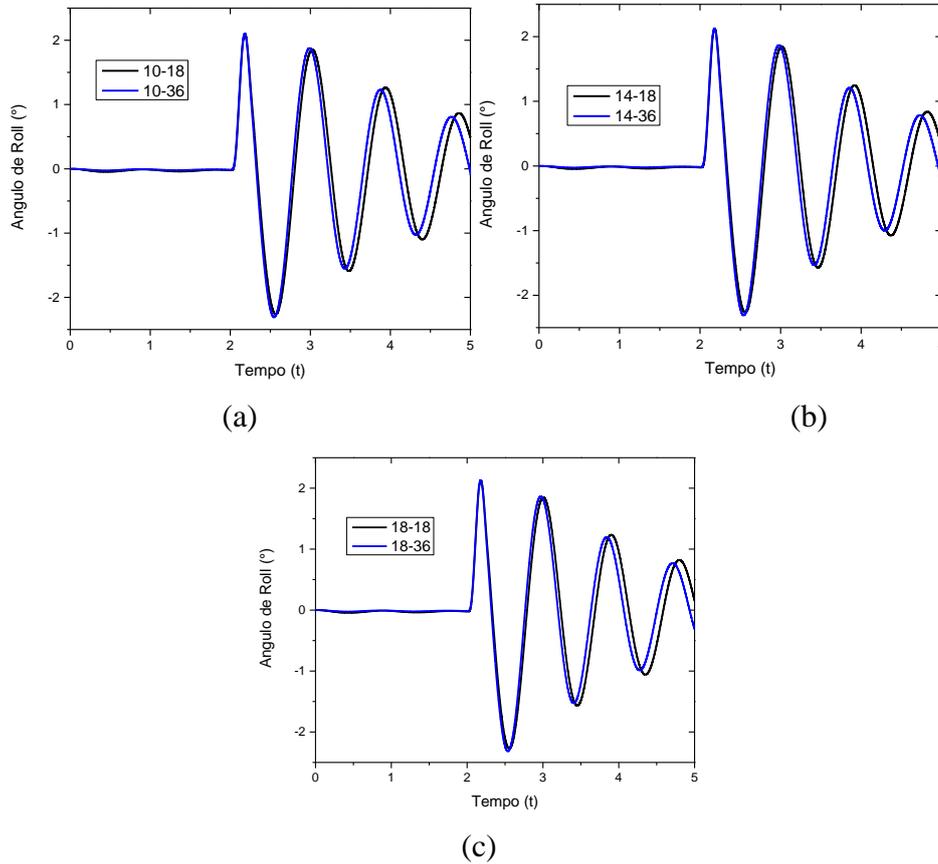
**Tabela 5-8** - Compilação dos resultados dinâmicos variando a pressão do pneu dianteiro, com pneu traseiro fixo em 18 PSI

	<b>Amplitude de Roll</b>	<b>Frequência de Roll</b>
<b>10-18</b>	3,45°	1,09 Hz
<b>14-18</b>	3,42°	1,11 Hz
<b>18-18</b>	3,41°	1,12 Hz

Como pode ser visto analisando as Tabelas 5-7 e 5-8, para o *roll*, a rigidez da suspensão dianteira não tem nenhuma influência.

### 5.2.3.3 Pressão do Pneu Dianteiro Fixa

Reorganizando os resultados, podemos ainda verificar a influência da pressão do pneu traseiro, representado na Figura 5-22. A 5-22 (a) mostra os resultados com a pressão dianteira no mínimo, a (b) com valor intermediário e a (c) no máximo



**Figura 5-22:** Resultados dinâmicos variando a pressão do pneu dianteiro, com o pneu traseiro fixo em 10 PSI (a), 14 PSI (b) e 18 PSI (c)

**Tabela 5-9** - Compilação dos resultados dinâmicos variando a pressão do pneu traseiro

	<b>Amplitude de Roll</b>	<b>Frequência de Roll</b>
<b>10-18</b>	3,45°	1,09 Hz
<b>10-36</b>	3,43°	1,12 Hz
<b>14-18</b>	3,42°	1,11 Hz
<b>14-36</b>	3,40°	1,14 Hz
<b>18-18</b>	3,41°	1,12 Hz
<b>18-36</b>	3,39°	1,15 Hz

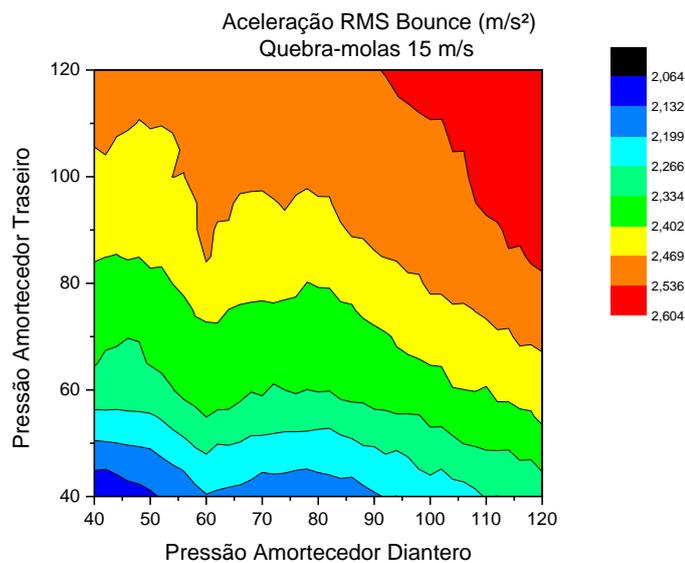
Pela Tabela 5-9 chega-se à conclusão que, tanto o pneu dianteiro quanto o traseiro, não influenciam no *roll* chegando a um máximo de 5% de variação na frequência de *roll* e valores ainda menores na amplitude, provavelmente a rigidez dos amortecedores tenha uma maior influência, mas como já explicado anteriormente, a variação da pressão de ar no amortecedor não influencia na rigidez do conjunto.

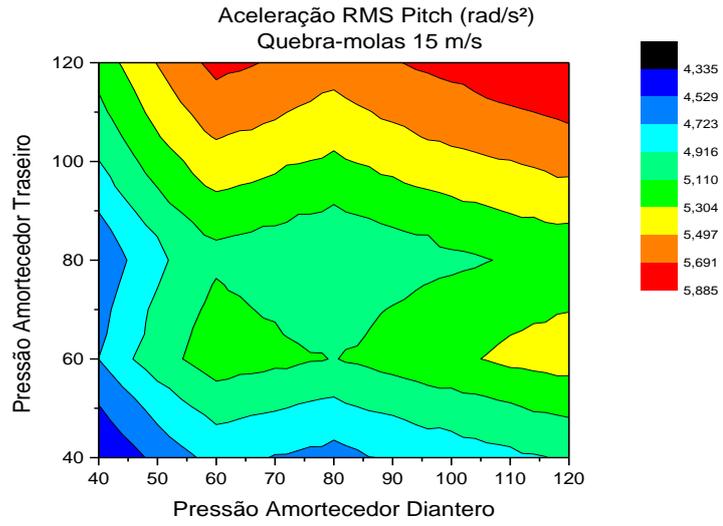
#### 5.2.4 Influência do Amortecedor

Conforme já explicado, a variação da pressão do amortecedor não altera a rigidez do conjunto do amortecedor, por isso, para a análise da influência será utilizado a raiz média quadrática dos resultados de aceleração, do inglês “Root Mean Square” (RMS). Definido pela equação 5.1

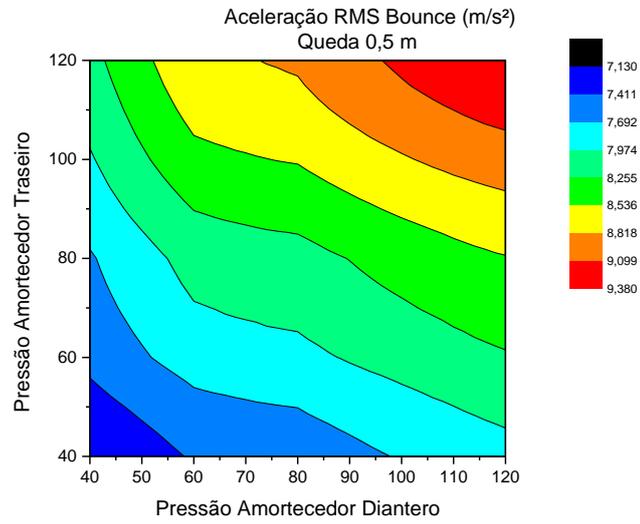
$$a_{rms} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n a(i)^2} \quad (\text{Eq. 5-1})$$

As acelerações RMS são importantes por mostrar a média da energia contida no movimento vibratório, dando uma noção das médias das forças aplicadas no protótipo. Conforme mostrado no item 5.2.3 a rolagem não tem muita relevância no estudo, portanto para as medições no modelo de 7 graus de liberdade, serão feitas em uma passagem no quebra-molas à 10 m/s e uma simulação de queda. Obtendo os resultados na Figura 5-23.

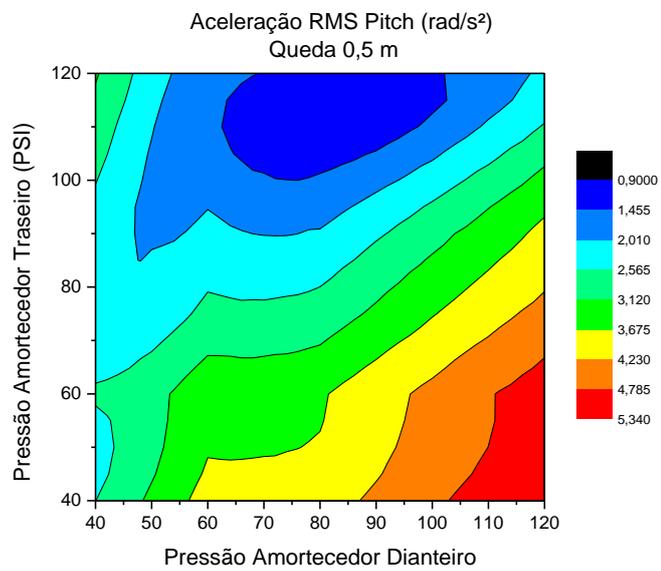




(b)



(c)



(d)

**Figura 5-23** - Resultados de Aceleração RMS para simulações de passagem em quebra-molas na velocidade máxima de 15 m/s (a) e (b), e queda (c) e (d), ambos com resultados para *Pitch* e *Bounce*

Os resultados obtidos nos ensaios nos dão uma noção de qual configuração de amortecedor oferece as menores acelerações em determinadas situações, lembrando sempre da maior criticidade do movimento de *Pitch*. Analisando as fig. 5-23(b) e (d), percebe-se maior influência nas situações de queda, pois tem uma maior amplitude de variação (4,44 contra 1,55) da aceleração RMS.

### 5.2.5 Condição Ideal

Pela análise dos resultados, percebe-se que, tirando o *roll*, as frequências naturais estão muito elevadas, longe do ideal. Mas pelas condições apresentadas, visando minimizar as frequências, pelo *roll* qualquer configuração é satisfatória ao uso. Para o *pitch* é recomendado ter a pressão dianteira mais elevada e a traseira no mínimo. E, finalizando, para o *bounce* é mais interessante reduzir a pressão no pneu dianteiro.

Como o piloto fica situado no CG do veículo, os movimentos causados pelo *pitch* e *roll* são minimizados (por ter um raio menor, gera menores movimentos) foi decidido ter como configuração ideal a pressão mínima na dianteira, garantindo uma menor frequência de *bounce* e um atrito maior entre o pneu e o solo, o que dificulta a perder a tração nas rodas dianteiras, que é melhor para a dinâmica lateral. E uma pressão intermediária nos pneus traseiros, por ficar no meio entre maior atrito para auxiliar na dinâmica longitudinal e menor atrito para auxiliar na dinâmica lateral. Chega-se, assim, na condição ideal onde a pressão no pneu dianteiro é 10 PSI e a traseira é 27 PSI.

Já para os Amortecedores, como já descrito, a situação de queda é mais crítica, sendo assim a fig. 5-23(d) será a principal para determinar a pressão dos amortecedores, por ela a configuração ideal seria a pressão máxima nos amortecedores traseiros e valor intermediário no dianteiro. Em compensação, as outras simulações mostram que é melhor utilizar os amortecedores dianteiros na pressão mínima. Para se aproximar da melhor configuração entre todas as simulações, será utilizado as pressões de 40 e 100 nos amortecedores dianteiros e traseiros, respectivamente.

### 5.2.5.1 Frequências Naturais e Modos de Vibrações

Começando a análise pelo modelo Linear, pelas matrizes do modelo linear já descritas por Castelo Branco [13], utilizando o cálculo de autovalores e autovetores no MATLAB, foi possível encontrar as frequências naturais e os seus modos de vibração, como mostrados na Tabela 5-10.

Tabela 5-10 – Frequências naturais e modos de vibração – condições ideais

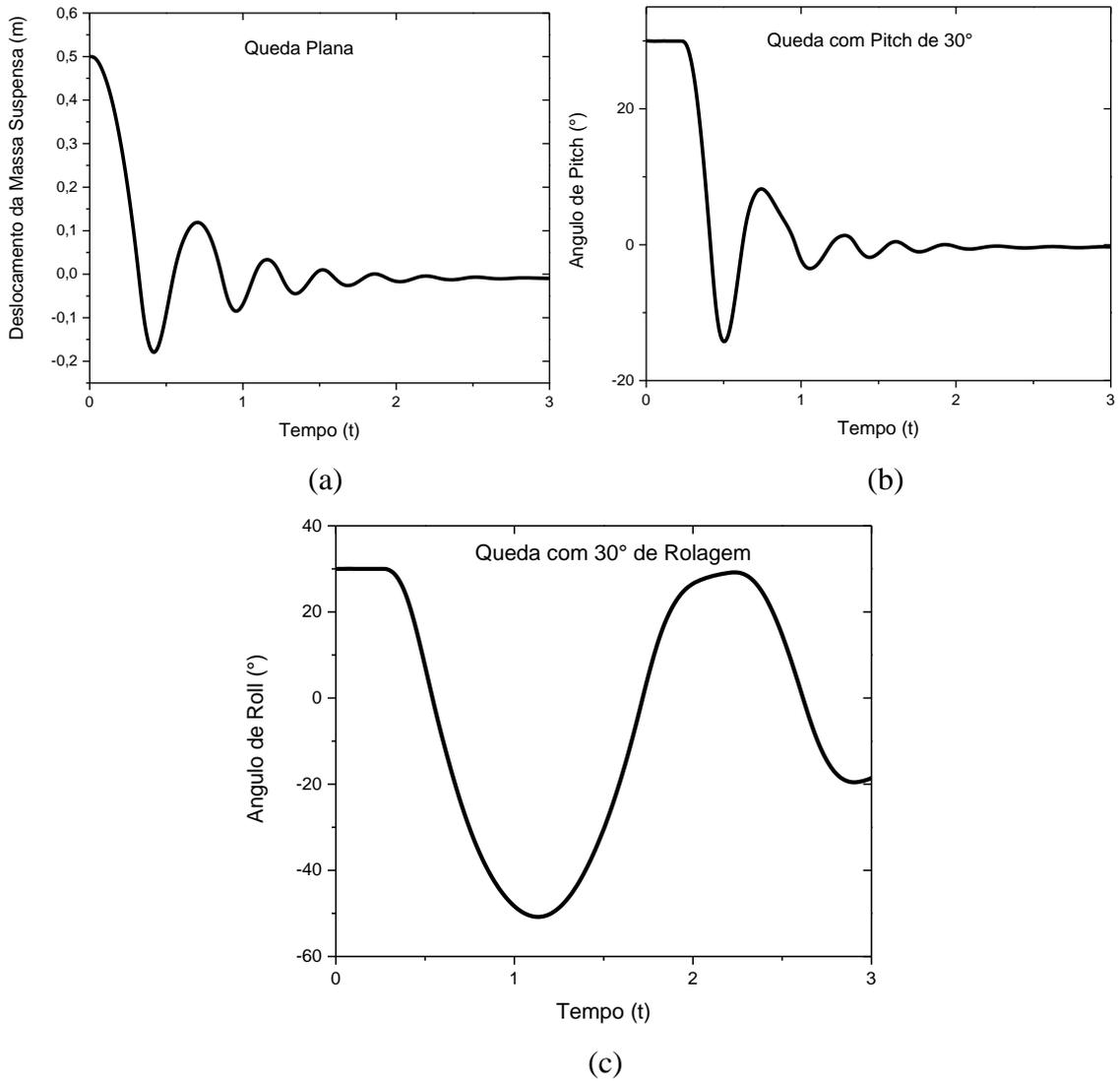
Frequências	Modos de Vibração						
	Bounce	Pitch	Roll	Zfr	Zrr	Zfl	Zrl
<b>1,28</b>	-0,04	0,29	1	0	0,13	0	0,09
<b>3,08</b>	0	1	-0,31	0	0,17	0	-0,08
<b>3,52</b>	1	0,01	0,04	-0,05	0	0,03	0
<b>14,37</b>	0,05	-0,19	-0,07	1	0,97	-0,01	-0,01
<b>14,65</b>	-0,03	-0,05	0,1	0,01	-0,02	1	-0,98
<b>15,74</b>	0,05	0,19	0,07	1	-0,99	-0,01	0,01
<b>15,83</b>	-0,03	0,05	-0,1	0,01	0,01	0,99	1

Na tabela está descrito as frequências naturais e modos de vibração das quatro rodas do veículo também, mas como pode ser observado, elas estão associadas às frequências mais elevadas de 14 a 16 Hz. As frequências associadas ao movimento de *pitch* e *roll* são 3,08 e 1,28 Hz, respectivamente. Além disso ambas geram uma influência relativamente relevante, de 30%, entre si. E finalmente a frequência associada ao *bounce* é de 3,52 Hz.

### 5.2.5.2 Resposta Dinâmica do Modelo Não-Linear

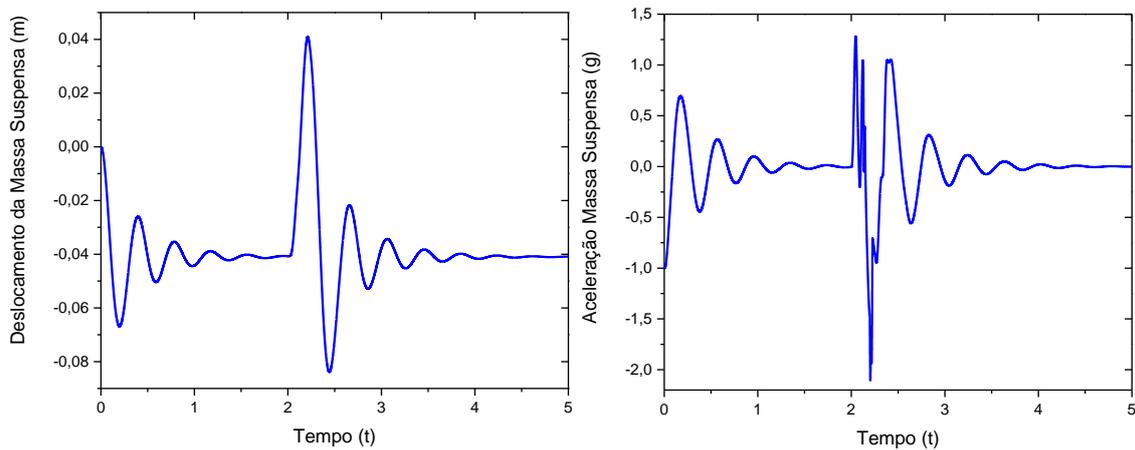
Abaixo estarão os resultados dinâmicos do modelo com 7 graus de liberdade passando na lombada definida pelo CONTRAN à 15 m/s (o triplo da indicada, este valor foi escolhido por ser próximo da velocidade máxima do protótipo) e simulações de queda com o veículo na posição plana, inclinação de 30° de *pitch* e inclinação de 30° de *roll*.

Começando a análise pelas quedas, para ter uma noção da frequência de cada tipo de movimento, a Figura 5-24 mostra os resultados.



**Figura 5-24:** Resultados dinâmicos da condição ideal para as quedas plana (a), com 30° de *pitch* (b) e com 30° de *roll* (c)

Pelas Figuras foi possível obter as frequências naturais da configuração ideal, sendo elas 2,52 Hz para *Pitch*, 2,58 Hz para *Bounce* e 0,75 Hz para *Roll*



(a)

(b)

**Figura 5-25:** Resultados dinâmicos da passagem pelo quebra-molas à 15m/s

A Figura 5-25 mostra como se comporta verticalmente a massa suspensa do protótipo, passando em velocidade máxima pelo quebra-molas. Como pode ser observado em (b), apesar de ser o movimento mais crítico, mesmo passando em alta velocidade pelo obstáculo ela não produz acelerações verticais muito elevadas.

Comparando os resultados do modelo não-linear e do calculado a partir das matrizes do modelo linear. Temos que, em todos, o modelo linear tem valores superiores em até 1 Hz (*bounce*). A elevada diferença se deve, principalmente, às simplificações do modelo, e tem maior influência no deslocamento vertical, onde a inclinação do amortecedor é mais crítica. Além do amortecimento desconsiderado, que ajuda a reduzir as frequências naturais.

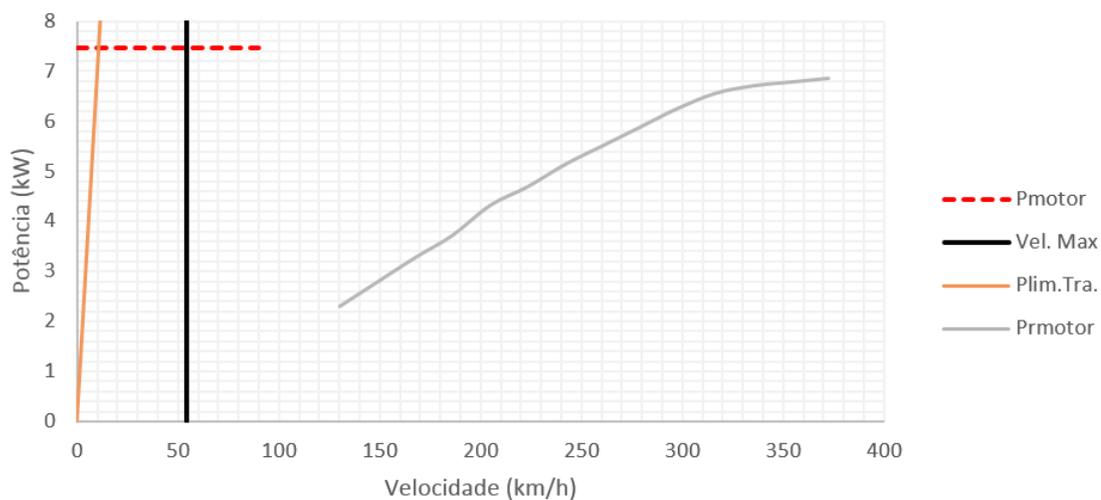
Conforme já dito, os valores encontrados estão um pouco elevados, principalmente a frequência de *pitch*, mas o fato de o piloto estar posicionado no CG do veículo minimiza os efeitos, já para o *bounce*, a frequência é um pouco elevada, mas por ser a menos crítica e estar relativamente pouco acima do recomendado, pode ser considerada dentro dos limites pois ainda tem o controle de vibrações que será exercido pelo banco, que foi desconsiderado neste estudo.

### 5.3 Dinâmica Longitudinal

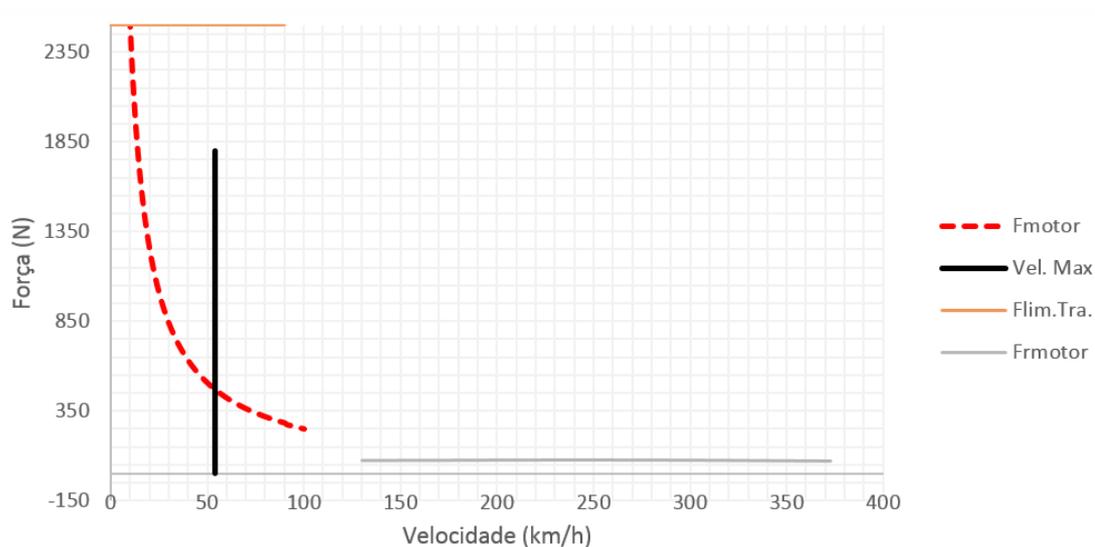
Para iniciar o estudo de dinâmica longitudinal, foram comparados os mapas ideais do motor de potência e de força de tração, já mostrados nos capítulos anteriores, com os mapas reais do motor.

#### 5.3.1 Comparação de Mapas Característicos

A união dos mapas reais e ideais do motor no mesmo gráfico, Figura 5-26 e Figura 5-27, permite a observação das diferenças entre a demanda da potência ou força trativa e a entregue pelo motor.



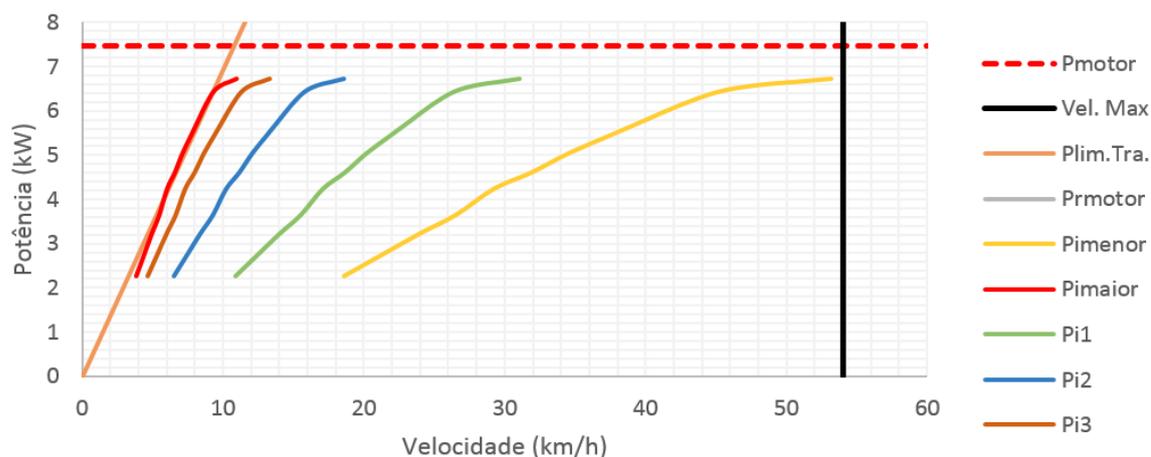
**Figura 5-26** - Mapa real x ideal de potência



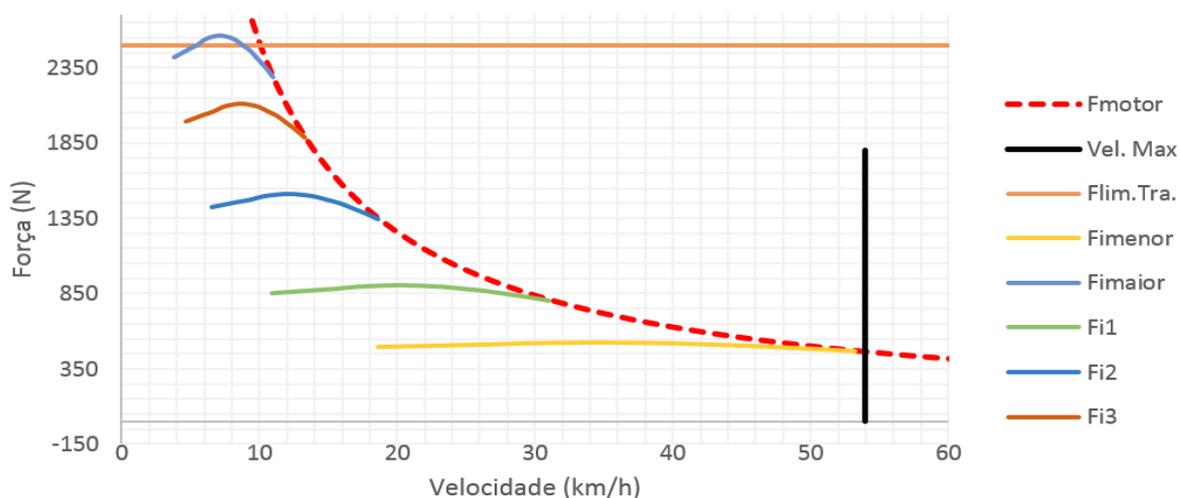
**Figura 5-27** - Mapa real x ideal de força trativa

Como observado, o motor não entrega a potência e a força trativa necessárias. Na verdade, está longe da área de trabalho no gráfico. Para adaptação dessas curvas, utilizamos as transmissões, mostradas em capítulos anteriores, vide a Figura 2-44.

Para calcular as transmissões necessárias, é necessário o cálculo primeiro das transmissões dos extremos do mapa ideal do motor. Após esse cálculo, tem-se definido as duas mais importantes na performance do veículo, a menor relação e a maior, como visto nas Figuras 5-28 e 5-29 pela linha amarela e linha vermelha, respectivamente.



**Figura 5-28** - Distribuição de potências com várias relações de transmissão



**Figura 5-29** - Distribuição de forças com várias relações de transmissão

Os gráficos acima apresentam duas relações extremas e três intermediárias. A determinação de quantas relações e como é feita a mudança de uma relação para a outra durante o funcionamento do veículo pode variar de projeto para projeto. Nos casos acima, foram apresentadas cinco relações de transmissão, se assemelhando a um veículo de passeio comercial, para melhor entendimento.

No projeto baja, a transmissão é feita em dois estágios. O primeiro sendo o estágio automático, onde uma transmissão continuamente variável por polias expansivas atua na transmissão da força e potência. O segundo estágio é o estágio fixo, onde não há variação de relação de transmissão.

A necessidade de tantos estágios é dada pelo alto valor de relação de transmissão necessária para o funcionamento pleno do protótipo, nesse caso, a relação mais alta necessita ser de 34:1. A utilização de um único estágio para essa relação seria um conjunto de engrenagens muito grande. Para diminuir o tamanho, conseqüentemente o peso, e o custo da produção da transmissão necessária, utiliza-se a relação de transmissão em série. Por exemplo, para atingir a relação necessária, será utilizado uma relação de 3,9:1 seguida de duas relações de 2,92:1, o que gera uma relação final de 34,1056:1. Não é possível atingir a relação exata desejada por causa de efeitos construtivos, por exemplo, não é possível utilizar uma engrenagem com 23,4 dentes, o número de dentes deve ser inteiro.

Nos gráficos, os resultados do cálculo de cada linha estão expostos na Tabela 5-10, a seguir.

**Tabela 5-11** - Valores Calculados

Parâmetros		Valores Calculados	
Resistencia ao Rolamento	Fr	324	N
Resistência Aerodinâmica	Fa	111	N
Resistência ao Gradiente	Fg	1202,5	N
Resistência a Aceleração	Fac	2128,95	N
Velocidade Máxima	Vel. Max.	54	km/h
Limite de Tração	Flim. Tra.	2452,1	N
Relação Menor	imenor	7:1	
Relação Maior	imaior	34:1	
Relação Intermediária 1	i1	12:1	
Relação Intermediária 2	i2	20:1	
Relação Intermediária 3	i3	28:1	

Analisando a transmissão utilizada, temos a transmissão continuamente variável (CVT, Figura 5-30) com suas relações de transmissão de 0,9:1, como menor relação, e 3,9:1, como a maior relação, segundo fabricante.



**Figura 5-30** - CVT Gaged Gx9 Baja

Não será aprofundado nesse estudo o funcionamento desse mecanismo, por ser uma análise complexa. Por isso, será considerado um funcionamento ideal, onde a mudança de relações ocorre quando o motor atinge a rotação máxima.

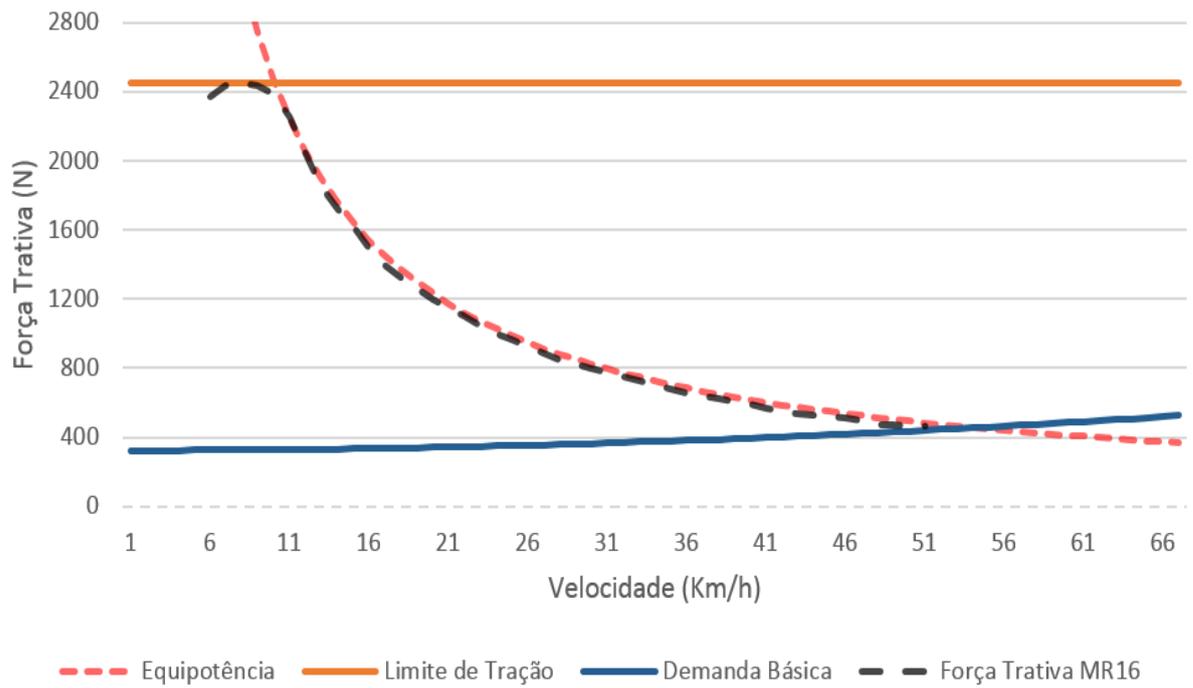
No segundo estágio de transmissão é utilizada uma caixa de engrenagens com uma relação de transmissão fixa de 8,52:1, dívida em dois pares de engrenagem com cada um uma relação de 2,92:1.

**Figura 5-31** - Caixa de redução com a relação desejada

Com a utilização dessa transmissão, temos o gráfico de força trativa mostrado na Figura 5-32. Nota-se uma curva contínua na força trativa, isso ocorre por causa da transmissão continuamente variável. A eficiência total da transmissão já está inclusa nos valores do gráfico. As características finais do veículo estão dispostas na Tabela 5-11, a seguir, com o comparativo dos valores desejados como metas de acordo com desempenho desejado do projeto nas competições e os valores definidos por cálculo.

**Tabela 5-12**- Características do veículo

Parâmetros	Meta	Valores Calculados
Velocidade Máxima	> 47 km/h	53,21 km/h
Força Trativa Máxima	> 2300 N	2500 N
Rampa Máxima	> 27°	35°



**Figura 5-32** - Gráfico da Força Trativa do protótipo com as transmissões calculadas.

## Capítulo 6

### 6 Conclusão

Primeiramente, na análise da dinâmica lateral conclui-se que, com ângulos de Ackerman elevados, não há deslizamento à baixas velocidades e, considerando a premissa de projeto de raio de curvatura inferior a 1,3 m, tem-se o valor negativo do coeficiente de esterçamento, garantindo que o protótipo saia de traseira nas curvas.

Conforme os resultados obtidos no Capítulo 4, considera-se viável a utilização dos modelos de  $\frac{1}{4}$  do veículo para obter a frequência de bounce da dianteira e traseira,  $\frac{1}{2}$  do veículo para a frequência de bouce e pitch do carro todo, e por último, no modelo de carro completo tem-se as frequências de rolagem. Estes modelos foram desenvolvidos para suspensões do tipo Duplo A, para outros tipos é necessário recriar as equações restritivas.

Por último, a análise das forças resistivas para obter o mapa ideal de entrega do motor é essencial para o dimensionamento da transmissão do carro. Com esse dimensionamento feito, é necessário a realimentação de informações no projeto para tornar o modelo mais real e os resultados satisfatórios.

Este projeto final trará a Equipe Mud Runner uma maior pontuação na competição durante as apresentações de projeto, já que foi desenvolvido um maior estudo na área de dinâmica veicular para justificar as escolhas e definir os parâmetros utilizados para construção do protótipo MR16. Como a menor nota da equipe está nas apresentações e relatório, a melhora foi necessária e almejada pelos autores deste projeto, já que os mesmos também fazem parte da equipe e desenvolveram uma metodologia de estudo que garante passo a passo a passagem de conhecimento dos membros antigos aos novos.

Consideram-se, portanto, atingidos os objetivos e a expectativa é de que este projeto final represente uma contribuição para o desenvolvimento tecnológico da Equipe Mud Runner de Baja SAE e seja particularmente útil para iniciantes em estudos dinâmicos de veículos automotores no CEFET/RJ e demais interessados.

## Capítulo 7

### 7 Sugestões para projetos futuros

Como sugestão, pode-se realizar o estudo da geometria anti-squat e anti-dive como complementação, utilizar a análise multicorpos para analisar o comportamento interligado das dinâmicas, bem como aplicar essa linha de pesquisas no demais tipos de suspensão apresentados no Capítulo 2. Pode-se também, realizar experimentos para a obtenção real dos valores das resistências, comparando com as calculadas e realimentando o projeto. A obtenção da curva real do motor, que difere da fornecida pelo fabricante, também tornaria o modelo mais exato.

Outra sugestão viável, é o projeto e a construção de um mecanismo para medir o coeficiente de rigidez ao esterçamento e à cambagem e o coeficiente de resistência ao rolamento.

## Capítulo 8

### 8 Referências

- T. GILLESPIE, "*Fundamentals of Vehicle Dynamics*", SAE International, 1992.
- 1]
- J. DIXON, "*Suspension Geometry and Computation*", Willey, 2009.
- 2]
- J. REIMPELL, H. STOLL E J. BETZLER, "*The Automotive Chassis (2nd Edition)*",  
3] Ed. Butterworth Heinemann, 2001.
- F. BARBIERI, "*Dinâmica Veicular*" Apostila de curso, SAE BRASIL, 2015.
- 4]
- L. M. P. FREITAS, "*Estudo da dinâmica vertical de uma suspensão veicular do tipo  
5] macpherson*" Dissertação de Mestrado, USP São Carlos, 2006.
- W. F. e. D. L. MILLIKEN, "*Race Car Vehicle Dynamics*", SAE International, 1995.
- 6]
- L. C. NICOLAZZI, "*Uma introdução à modelagem quase-estática de veículos  
7] automotores de rodas*" UFSC, 2001.
- J. B. HEYWOOD, "*Internal Combustion Engine Fundamental*"s, McGraw-Hil, 1988.
- 8]
- D. S. G. R. G. NAVARRO, "*Influência Do Aumento Da Porcentagem De Álcool Na  
9] Gasolina & Angulação De Trabalho No Motor Briggs & Stratton*" Projeto de Conclusão  
*de Curso, CEFET/RJ, 2015.*
- M. MEYWERK, "*Vehicle Dynamics*", Wiley, 2015.
- 10]
- CONTRAN, "Resolução Nº 39," 1998.
- 11]
- D. CASTELO BRANCO, "*Análise de desempenho da suspensão e conforto de um  
12] veículo fora de estrada do tipo baja SAE*" Trabalho de Conclusão de Curso, CEFET/RJ,  
2014.
- R. D. DA SILVA, "*Estudo numérico e experimental da dinâmica não-linear de um*

13] *giroscópio*", Foz do Iguaçu: Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual do Oeste do Paraná, 2012.

R. DELMUNDE, "*Determinação do coeficiente de arrasto aerodinâmico para veículo tipo Baja SAE através de simulação em software SolidWorks®2012,*" Scientia Plena, 2013.

P. H. YAGAMATA, "*Modelagem De Sistema De Suspensão E Veículo Baja Sae Com Software De Dinâmica Multicorpos,*" Artigo, USP, 2012.

## ANEXO I - Tabelas

Tabela I-0-1 - Classificação de motores por aplicação

Class	Service	Approximate engine power range, kW	Predominant Type		
			D or SI	Cycle	Cooling
Road Vehicles	Motorcycles, scooters	0.75-70	SI	2, 4	A
	Small passenger cars	15-75	SI	4	A, W
	Large passenger cars	75-200	SI	4	W
	Light commercial	35-150	SI, D	4	W
	Heavy (long-distance) Commercial	120-400	D	4	W
Off-road Vehicles	Light Vehicles (Factory, airport, etc.)	1.5-15	SI	2, 4	A, W
	Agricultural	3-150	SI, D	2, 4	A, W
	Earth moving	40-750	D	2, 4	W
	Military	40-2000	D	2, 4	A, W
Railroad	Rail Cars	150-400	D	2, 4	W
	Locomotives	400-3000	D	2, 4	W
Marine	Outboard	0.4-75	SI	2	W
	Inboard motocrfts	4-750	SI, D	4	W
	Light nava craft	30-2200	D	2, 4	W
	Ships	3500-22000	D	2, 4	W
	Ships auxiliaries	75-750	D	4	W
Airborne Vehicles	Airplanes	45-2700	SI	4	A
	Helicopters	45-1500	SI	4	A
Home use	Lawn mowers	0.7-3	SI	2, 4	A
	Snow blowers	02/mai	SI	2, 4	A
	Light tractors	02/ago	SI	4	A
Stationary	Building Service	7-400	D	2, 4	W
	Eletric power	35-22000	D	2, 4	W
	Gas pipeline	75-5000	SI	2, 4	W

Tabela I-0-2 - Coeficiente de rolamento conforme tipo de piso

Tipo de veículo	Concreto	Terra batida	Areia
Carro de passeio	0,015	0,08	0,3
Caminhão pesado	0,012	0,06	0,25
Tratores	0,02	0,04	0,2

## ANEXO II – Rotinas Matlab

### II-1 Cálculo da Transferência de Carga

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% RAIO DE CURVATURA e TRANSFERENCIA DE CARGA
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
clear
close all
clc

W = 270*9.81;           % Massa do veículo (kg)
dm = 0.6;              % distribuição de massa
tf = 1.37;            % bitola dianteira (m)
tr = 1.2;             % bitola traseira (m)
Caf = 132.5;          % Coeficiente de deriva dianteiro (N/°)
Car = 170.4;          % Coeficiente de deriva Traseiro (N/°)
p = 0.0457;          % rastro pneumático (m)
L = 1.2;             % entre-eixo (m)
Kf= 15.42e3;         % rigidez ao rolamento dianteiro (??)
Kr= 14.2e3;         % rigidez ao rolamento traseiro (??)

Wr = W*dm;
Wf = W*(1-dm);

j=1;
d_ay = 0.001;
ay_m = 3;
n = ay_m/d_ay + 1;

% K-tire
Kt = W*(1-dm)/Caf - W*dm/Car;
% K-torque autoalinhante
Kat = W*p/L*(Caf+Car)/(Caf*Car);

for i=1:n
    ay(i) = (i-1)*d_ay;
    Hf = 149.16946/1000;
    Hr = 445.69374/1000;
    while j < 1000
        j = j + 1;
        h1 = (Hr-Hf)*dm + Hf;
        r(j) = W/9.81*h1*ay(i)*9.81/(Kf+Kr-W/9.81*h1);
        Hf = (149.16946 - 5.3726E-15*r(j) - 0.87084*r(j)^2 +
1.50551E-15*r(j)^3)/1000;
        Hr = (445.69374 + 5.31809E-14*r(j) - 0.0901*r(j)^2 -
1.38184E-14*r(j)^3)/1000;
        if r(j)-r(j-1)<=0.00000001
            break
        end
    end
    R(i) = r(j)*180/pi;
    H1(i) = h1;
    HF(i) = Hf;
    HR(i) = Hr;
end

```

```

j=1;

cambf(i) = (0.00358 - 1.7573*R(i) - 0.05167*R(i)^2);
cambr(i) = (2.46E-5 - 0.1013*R(i) - 0.00681*R(i)^2);
steerf(i) = (0.00757 + 0.64338*R(i) - 0.05752*R(i)^2);
steerr(i) = (-4.61332E-5 + 2.08381*R(i) + 0.02747*R(i)^2);

% transferencia de carga dianteira
DFf(i) = (Kf*R(i)*pi/180+Wf/9.81*Hf*ay(i))/(9.81*tf);
% transferencia de carga traseira
DFr(i) = (Kr*R(i)*pi/180+Wr/9.81*Hr*ay(i))/(9.81*tr);

Kc(i) = -0.2*(cambf(i) - cambr(i))/ay(i);
Krs(i) = (steerf(i)-steerr(i))*pi/180/ay(i);
Kllt(i) = Wf*(0.2*DFf(i)^2)/Caf^2 - Wr*(0.2*DFr(i)^2)/Car^2;
Kus(i) = Kc(i) + Krs(i) + Kllt(i) + Kt + Kat;
RC(i) = 57.3 * L / ( 43.295 - Kus(i)*ay(i));

end

```

## II-2 Modelo de 1/4 de carro

```

clc
clear
close all
global ngl ms muf ktfi g to v lamb w yo cf Pcfi Mzf Mxf Paf Ccf Pdf Cdf PSI

zz=1;
%graus de liberdade
ngl=2;

%Massa Suspensa
ms=44;

%Massa não suspensa dianteira
muf=10;

%amortecimento da suspensão dianteira
cf =5e+02;

%Pressão no Amortecedor
PSI = 40;

%Pressão no Pneu
PSIp = 10;

%rigidez do pneu dianteiro
ktfi=(3.793*PSIp + 11.83)*1000;

%posição do CG
cg=[420.82, 0, 500]/1000;

%%%%%%%%%% Dados da balança dianteira %%%%%%%%%%%

% Ponto anterior sup. balança
Paf =[-64.44, 281.87, 300]/1000;
% Ponto posterior sup. balança
Pbf = [-438.07, 236, 365.98]/1000;
% Ponto amortecedor - balança
Pcfi = [-289.7358, 426.3653, 289.4041]/1000;
% Ponto amortecedor - chassi
Pdf = [-280.1362, 264.2286, 638.7648]/1000;
% Ponto balança - Manga
Pef = [-311.3489, 607.9374, 196.7]/1000;

%%%%%%%%%% Dados iniciais calculados %%%%%%%%%%%
Vbf = Paf-Pbf;          % Vetor sup. balança
Vt = Pef-Paf;          % valor intermediário
Vt = [Vt(2)*Vbf(3)-Vt(3)*Vbf(2), Vt(3)*Vbf(1)-Vt(1)*Vbf(3),
Vt(1)*Vbf(2)-Vt(2)*Vbf(1)];
Cbfc = norm(Vt)/norm(Vbf); % Comprimento da balança
Vt = Pcfi-Paf;          % valor intermediário
Vt = [Vt(2)*Vbf(3)-Vt(3)*Vbf(2), Vt(3)*Vbf(1)-Vt(1)*Vbf(3),
Vt(1)*Vbf(2)-Vt(2)*Vbf(1)];
Cafc = norm(Vt)/norm(Vbf); % Comprimento do suporte amortecedor
(balança)
Mzf = Caf/Cbfc;          % Multiplicador em Z

```

```

Mxf = -Mzf*Vbf(3)/Vbf(1); % Multiplicador em X
Ccf = norm (Paf-Pcfi); % dist. Paf - Pcf
Cdf = norm (Pdf-Pcfi); % comp. inicial amort.

%Gravidade
g=9.81;

%//DADOS PARA A MOVIMENTAÇÃO DO VEÍCULO//

%tempo percorrido antes de encontrar o primeiro obstáculo (m)
to=5;

%Velocidade do veículo (m/s)
v=10;

%Comprimento do obstáculo (m)
lamb=1.5;

%Frequência
w=(2*pi*v)/lamb;

%Altura do obstáculo
yo=0.08;

y0= [0,0,0,0];
tspan=(0:0.01:10);
[t,y]=ode45('eq_2gr_obstaculo_fx',tspan,y0);
n=length(t);

%RESPOSTA DESLOCAMENTO
x1=y(1:n,1);%Deslocamento Vertical da Massa Suspensa
x2=y(1:n,3);%Deslocamento Vertical da Massa não Suspensa Dianteira

%RESPOSTA VELOCIDADE
v1=y(1:n,2);%Velocidade Vertical da Massa Suspensa
v2=y(1:n,4);%Velocidade Vertical da Massa não Suspensa Dianteira

figure(1)
plot(t,x1);
title('Deslocamento Vertical Centro de Massa do Veículo')
xlabel('Tempo (s)')
ylabel ('Deslocamento (m)');
grid on

% figure(2)
% plot(t,v1);
% title('Velocidade Vertical Centro de Massa do Veículo')
% xlabel('Tempo (s)')
% ylabel ('Velocidade (m/s)')
% grid
%
% figure(3)
% plot(t,x2);
% title('Deslocamento Vertical Roda Dianteira')
% xlabel('Tempo (s)')
% ylabel ('Deslocamento (m)');
% grid on

```

```

%
% figure(4)
% plot(t,v2);
% title('Velocidade Vertical Roda Dianteira')
% xlabel('Tempo (s)')
% ylabel ('Velocidade (m/s)')
% grid

% zerar variáveis para acelerações
f1= zeros(n,1);
ac1=zeros(n,1);
ac2=zeros(n,1);
kt=zeros(n,1);
Fz=zeros(n,1);
alf=zeros(n,1);
Fp=zeros(n,1);

for i=1:n
%
%-----Equação Chão-----%
%
%
    if t(i)<=to;
        f1(i)=0;
    else
        if t(i)<=(to+(lamb)/v);
            t1=t(i)-to;
            f1(i)=(yo/2)*(1-cos(w*t1));
        else
            f1(i)=0;
        end
    end
end
%
%-----Desacoplamento Chão-----%
%
%

if x2(i)>=f1(i)
    kt(i)=0;
else
    kt(i)=ktfi;
end
%
%-----Equação Balança-----%
%
%

Zf = x2(i) - x1(i);
Zf1 = v2(i) - v1(i);

Pcf(3) = Pcfi(3) + Mzf*(Zf);
Pcf(1) = Pcfi(1) + Mxf*(Pcf(3)-Pcfi(3));
Pcf(2) = Paf(2) + (CcF^2 - (Paf(3)-Pcf(3))^2 - (Paf(1)-Pcf(1))^2)^0.5;

% angulo amortecedor em mov. Vert
alf(i) = abs((Pdf(3)-Pcf(3))/norm(Pdf-Pcf));

% compressão amortecedor
comp = Cdf - norm(Pdf-Pcf);

```



```

Fp(i) = kt(i) * (f1(i) - x2(i));

%Acelerações

ac1(i)=1/ms* ( -ms*g + Fz(i)*alf(i));

ac2(i)=1/muf * (-muf*g + Fp(i) - Fz(i)*alf(i));
end

% figure(5)
% plot(t,ac1)
% title('Aceleração Vertical do Centro de Massa do Veículo')
% xlabel('Tempo (s)')
% ylabel('Aceleração (m/s²)')
% grid on
%
% figure(6)
% plot(t,Fz,'DisplayName','Força Amortecedor')
% hold on
% plot(t,Fp,'DisplayName','Força Pneu')
% hold off
% title('Forças ')
% xlabel('Tempo (s)')
% ylabel('Força (N)')

```

### II-3 Equação do modelo de 1/4 de carro

```

function yp=eq_2gr_obstaculo_fx(t,y)
global ngl ms muf ktfi g to v lamb w yo cf Pcfi Mzf Mxf Paf Ccf Pdf Cdf PSI
% _____ %
%                               Equação Chão                               %
% _____ %

if t<=to
    f1=0;
elseif t<=(to+(lamb)/v)
    t1=t-to;
    f1=(yo/2)*(1-cos(w*t1));
else
    f1=0;
end

% _____ %
%                               Desacoplamento Chão                               %
% _____ %

if y(3)>=f1
    kt=0;
else
    kt=ktfi;
end

```

```

%
%-----%
%                               %
%                               %
%-----%

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% EQUAÇÃO BALANÇA %%%%%%%%%

```

```
Zf = y(3) - y(1);
```

```
Zf1 = y(4) - y(2);
```

```
Pcf(3) = Pcfi(3) + Mzf*(Zf);
```

```
Pcf(1) = Pcfi(1) + Mxf*(Pcf(3) - Pcfi(3));
```

```
Pcf(2) = Paf(2) + (Ccf^2 - (Paf(3) - Pcf(3))^2 - (Paf(1) - Pcf(1))^2)^0.5;
```

```
% angulo amortecedor em mov. vert
```

```
alf = abs((Pdf(3) - Pcf(3)) / norm(Pdf - Pcf));
```

```
% compressão amortecedor
```

```
comp = Cdf - norm(Pdf - Pcf);
```

```
compl = Zf1 * alf;
```

```

%
%-----%
%                               %
%                               %
%-----%

```

```
if comp <= 0
```

```
    F30 = 400.64162 + comp*1e5;
```

```
    F40 = 429.3921 + comp*1e5;
```

```
    F60 = 449.38838 + comp*1e5;
```

```
else
```

```
    F30 = 400.64162 + 71.71432*(comp*1e3) - 3.01306*(comp*1e3)^2 +
0.08086*(comp*1e3)^3 - 0.0014*(comp*1e3)^4 + 1.8653E-5*(comp*1e3)^5 -
1.65073E-7*(comp*1e3)^6 + 6.72566E-10*(comp*1e3)^7;
```

```
    F40 = 429.3921 + 60.93057*(comp*1e3) - 1.50774*(comp*1e3)^2 +
0.01464*(comp*1e3)^3 - 1.81878E-6*(comp*1e3)^4 + 3.33652E-6*(comp*1e3)^5 -
8.13908E-8*(comp*1e3)^6 + 4.88835E-10*(comp*1e3)^7;
```



```

yp(2) = 1/ms* (-ms*g + Fz*alf);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% xf' %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
yp(3) = y(4);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% xf'' %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
yp(4) = 1/muf * (-muf*g + kt*(f1-y(3)) - Fz*alf);

    end

```

## II-4 Modelo de 1/2 carro

```

clc
clear all
close all
global ngl ms muf mur cf cr PSIF PSIR ktfi kttri df dr Paf Par Pcfi Pcri Pdf
Pdr Ccf Ccr Cdf Cdr Mzf Mzr Mxf Mxr L to lamb v w yo g J

%graus de liberdade
ngl=4;

%Massa Suspensa
ms=111;

% Momento de Inércia (Pitch)
J = 31.43;

%Massa não suspensa dianteira
muf=10;

%Massa não suspensa traseira
mur=14;

%amortecimento da suspensão dianteira
cf =5e+02;

%amortecimento da suspensão traseiro
cr =5e+02;

%Pressão amortecedor dianteiro
PSIF = 70;

%Pressão amortecedor Traseiro
PSIR = 70;

%Pressão pneu dianteiro
PSItf = 10;

%Pressão pneu Traseiro
PSItr = 36;

%rigidez do pneu dianteiro
ktfi=(3.793*PSItf + 11.83)*1000;

```

```

%rigidez do pneu traseiro
ktri=(3.625*PSItr + 7.269)*1000;

%posição do CG
cg=[420.82, 0, 500]/1000;

%%%%%%%%% Dados da balança dianteira %%%%%%%%%%

% Ponto anterior sup. balança
Paf =[-64.44, 281.87, 300]/1000;
% Ponto posterior sup. balança
Pbf = [-438.07, 236, 365.98]/1000;
% Ponto amortecedor - balança
Pcfi = [-289.7358, 426.3653, 289.4041]/1000;
% Ponto amortecedor - chassi
Pdf = [-280.1362, 264.2286, 638.7648]/1000;
% Ponto balança - Manga
Pef = [-311.3489, 607.9374, 196.7]/1000;

%%%%%%%%% Dados iniciais calculados %%%%%%%%%%

% Vetor sup. balança
Vbf = Paf-Pbf;
% valor intermediário
Vt = Pef-Paf;
Vt = [Vt(2)*Vbf(3)-Vt(3)*Vbf(2), Vt(3)*Vbf(1)-Vt(1)*Vbf(3),
Vt(1)*Vbf(2)-Vt(2)*Vbf(1)];
% Comprimento da balança
Cbf = norm(Vt)/norm(Vbf);
% valor intermediário
Vt = Pcfi-Paf;
Vt = [Vt(2)*Vbf(3)-Vt(3)*Vbf(2), Vt(3)*Vbf(1)-Vt(1)*Vbf(3),
Vt(1)*Vbf(2)-Vt(2)*Vbf(1)];
% Comprimento do suporte amortecedor (balança)
Caf = norm(Vt)/norm(Vbf);
Vt = cg-Pcfi;
Vt(2) = 0;
Vt2 = Pdf-Pcfi;
Vt2(2)=0;
Vt = [Vt(2)*Vt2(3)-Vt(3)*Vt2(2), Vt(3)*Vt2(1)-Vt(1)*Vt2(3),
Vt(1)*Vt2(2)-Vt(2)*Vt2(1)];
% Distancia amortecedor - CG
df = norm(Vt)/norm(Vt2);
% Multiplicador em Z
Mzf = Caf/Cbf;
% Multiplicador em X
Mxf = -Mzf*Vbf(3)/Vbf(1);
% dist. Paf - Pcf
Ccf = norm (Paf-Pcfi);
% comp. inicial amort.
Cdf = norm (Pdf-Pcfi);

%%%%%%%%% Dados da balança Traseira %%%%%%%%%%

% Ponto anterior sup. balança
Par =[700.82, 295, 460]/1000;
% Ponto posterior sup. balança
Pbr = [1120.8199, 175, 360]/1000;
% Ponto amortecedor - balança
Pcri = [885.2192, 381.0808, 401.916]/1000;

```

```

% Ponto amortecedor - chassi
Pdr = [952.7109, 273.4045, 814.5925]/1000;
% Ponto balança - Manga
Per = [906.0495, 500, 346.7]/1000;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% Vetor sup. balança
Vbr = Par-Pbr;
% valor intermediário
Vt = Per-Par;
Vt = [Vt(2)*Vbr(3)-Vt(3)*Vbr(2), Vt(3)*Vbr(1)-Vt(1)*Vbr(3),
Vt(1)*Vbr(2)-Vt(2)*Vbr(1)];
% Comprimento da balança
Cbr = norm(Vt)/norm(Vbr);
% valor intermediário
Vt = Pcri-Par;
Vt = [Vt(2)*Vbr(3)-Vt(3)*Vbr(2), Vt(3)*Vbr(1)-Vt(1)*Vbr(3),
Vt(1)*Vbr(2)-Vt(2)*Vbr(1)];
% Comprimento do amortecedor
Car = norm(Vt)/norm(Vbr);
Vt = cg-Pcri;
Vt(2)=0;
Vt2 = Pdr-Pcri;
Vt2(2)=0;
Vt = [Vt(2)*Vt2(3)-Vt(3)*Vt2(2), Vt(3)*Vt2(1)-Vt(1)*Vt2(3),
Vt(1)*Vt2(2)-Vt(2)*Vt2(1)];
% Distancia amortecedor - CG
dr = norm(Vt)/norm(Vt2);
% Multiplicador em Z
Mzr = Car/Cbr;
% Multiplicador em X
Mxr = -Mzr*Vbr(3)/Vbr(1);
% dist. Par - Pcr
Ccr = norm (Par-Pcri);
% comp. inicial amort.
Cdr = norm (Pdr-Pcri);

%Distância entre as rodas (m)
L = abs(Pef(1)-Per(1));

%Gravidade
g=9.81;

%//DADOS PARA A MOVIMENTAÇÃO DO VEÍCULO//

%tempo percorrido antes de encontrar o primeiro obstáculo (m)
to=4;

%Velocidade do veículo (m/s)
v=10;

%Comprimento do obstáculo (m)
lamb=1.5;

%Frequência
w=(2*pi*v)/lamb;

%Altura do obstáculo

```

```

yo=0.08;

y0= zeros(1,2*ngl);
tspan=(0:0.0001:10);
[t,y]=ode45('eq_4gr_obstaculo_fx',tspan,y0);
n=length(t);

%RESPOSTA DESLOCAMENTO
x1=y(1:n,1);%Deslocamento Vertical da Massa Suspensa
x2=y(1:n,3);%Deslocamento Angular de Arfagem da Massa Suspensa
x3=y(1:n,5);%Deslocamento Vertical da Massa não Suspensa Dianteira
x4=y(1:n,7);%Deslocamento Vertical da Massa não Suspensa Traseira

%RESPOSTA VELOCIDADE
v1=y(1:n,2);%Velocidade Vertical da Massa Suspensa
v2=y(1:n,4);%Velocidade Angular de Arfagem da Massa Suspensa
v3=y(1:n,6);%Velocidade Vertical da Massa não Suspensa Dianteira
v4=y(1:n,8);%Velocidade Vertical da Massa não Suspensa Traseira

figure(1)
plot(t,x1);
title('Deslocamento Vertical Centro de Massa do Veículo')
xlabel('Tempo (s)')
ylabel ('Deslocamento (m)');
grid on

figure(2)
plot(t,v1);
title('Velocidade Vertical Centro de Massa do Veículo')
xlabel('Tempo (s)')
ylabel ('Velocidade (m/s)')
grid

figure(3)
plot(t,x2);
title('Deslocamento Angular de Pitch do Veículo')
xlabel('Tempo (s)')
ylabel ('Deslocamento (rad)')
grid on

figure(4)
plot(t,v2);
title('Velocidade Angular de Pitch do Veículo')
xlabel('Tempo (s)')
ylabel ('Velocidade (rad/s)')
grid

%figure(5)
%plot(t,x3);
%title('Deslocamento Vertical Roda Dianteira')
%xlabel('Tempo (s)')
%ylabel ('Deslocamento (m)');
%grid on

%figure(6)
%plot(t,v3);
%title('Velocidade Vertical Roda Dianteira')
%xlabel('Tempo (s)')
%ylabel ('Velocidade (m/s)')
%grid on

```



```

%                               Desacoplamento Chão                               %
%_____ %

if x3(i) >= f1(i)
    ktf(i) = 0;
else
    ktf(i) = ktffi;
end

if x4(i) >= f2(i)
    ktr(i) = 0;
else
    ktr(i) = ktrfi;
end

%_____ %
%                               Equação Balanças                               %
%_____ %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% EQUAÇÃO BALANÇA DIANTEIRA %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

Zf = x3(i) - x1(i) - df*x2(i);
Zf1 = [0, 0, v3(i) - v1(i) - df*v2(i)];

Pcf(3) = Pcfi(3) + Mzf*(Zf);
Pcf(1) = Pcfi(1) + Mxf*(Pcf(3) - Pcfi(3));
Pcf(2) = Paf(2) + (Ccf^2 - (Paf(3) - Pcf(3))^2 - (Paf(1) - Pcf(1))^2)^0.5;

Vt = Pdf - Pcf;
Vt(2) = 0;
% angulo amortecedor em Pitch
betf(i) = abs(sum((Pdf - Pcf) .* Vt) / (norm(Pdf - Pcf) * norm(Vt)));
% angulo amortecedor em mov. vert
alff(i) = abs((Pdf(3) - Pcf(3)) / norm(Pdf - Pcf));
% compressão amortecedor dianteiro
compf = Cdf - norm(Pdf - Pcf);
% velocidade de compressão amortecedor dianteiro
compf1 = Zf1 * alff;

%_____ %
%                               Forças Amortecedor                               %
%_____ %

if compf <= 0
    F30 = 400.64162 + compf*1e5;

    F40 = 429.3921 + compf*1e5;

    F60 = 449.38838 + compf*1e5;

else
    F30 = 400.64162 + 71.71432*(compf*1e3) - 3.01306*(compf*1e3)^2 +
    0.08086*(compf*1e3)^3 - 0.0014*(compf*1e3)^4 + 1.8653E-5*(compf*1e3)^5 -
    1.65073E-7*(compf*1e3)^6 + 6.72566E-10*(compf*1e3)^7;

    F40 = 429.3921 + 60.93057*(compf*1e3) - 1.50774*(compf*1e3)^2 +
    0.01464*(compf*1e3)^3 - 1.81878E-6*(compf*1e3)^4 + 3.33652E-6*(compf*1e3)^5 -
    8.13908E-8*(compf*1e3)^6 + 4.88835E-10*(compf*1e3)^7;

    F60 = 449.38838 + 103.90283*(compf*1e3) - 4.73781*(compf*1e3)^2 +
    0.12317*(compf*1e3)^3 - 0.00147*(compf*1e3)^4 + 6.73086E-6*(compf*1e3)^5;

```



```

F40 = 429.3921 + compr*1e5;

F60 = 449.38838 + compr*1e5;

else
  F30 = 400.64162 + 71.71432*(compr*1e3) - 3.01306*(compr*1e3)^2 +
0.08086*(compr*1e3)^3 - 0.0014*(compr*1e3)^4 + 1.8653E-5*(compr*1e3)^5 -
1.65073E-7*(compr*1e3)^6 + 6.72566E-10*(compr*1e3)^7;

  F40 = 429.3921 + 60.93057*(compr*1e3) - 1.50774*(compr*1e3)^2 +
0.01464*(compr*1e3)^3 - 1.81878E-6*(compr*1e3)^4 + 3.33652E-6*(compr*1e3)^5
- 8.13908E-8*(compr*1e3)^6 + 4.88835E-10*(compr*1e3)^7;

  F60 = 449.38838 + 103.90283*(compr*1e3) - 4.73781*(compr*1e3)^2 +
0.12317*(compr*1e3)^3 - 0.00147*(compr*1e3)^4 + 6.73086E-6*(compr*1e3)^5;

end

if compr <= 0
  F100 = 808.84867 +compr*1e5;
elseif compr <= 0.027
  F100 = 808.84867 + 47.39217*(compr*1e3);
else
  F100 = -3.7444e+03 + 555.70951*(compr*1e3) - 20.72434*(compr*1e3)^2 +
0.38587*(compr*1e3)^3 - 0.00345*(compr*1e3)^4 + 1.2204E-5*(compr*1e3)^5;
end

if compr <= 0
  F80 = 651.82095 + compr*1e5;
elseif compr <= 0.0253
  F80 = 651.82095 + 44.93037*(compr*1e3);
else
  F80 = 4.9532e+03 - 429.13777*(compr*1e3) + 22.15937*(compr*1e3)^2 -
0.56995*(compr*1e3)^3 + 0.00807*(compr*1e3)^4 - 5.93281E-5*(compr*1e3)^5 +
1.7953E-7*(compr*1e3)^6;
end

if PSIR <= 40
  Fzr(i) = F30 + (F40 - F30)*(PSIR-30)/10 + compr1*cf;
elseif PSIR <= 60
  Fzr(i) = F40 + (F60 - F40)*(PSIR-40)/20 + compr1*cf;
elseif PSIR <= 80
  Fzr(i) = F60 + (F80 - F60)*(PSIR-60)/20 + compr1*cf;
else
  Fzr(i) = F80 + (F100 - F80)*(PSIR-80)/20 + compr1*cf;
end

Fpf(i) = ktf(i)*(f1(i)- x3(i));
Fpr(i) = ktr(i)*(f2(i)- x4(i));

%Acelerações

ac1(i)= 1/ms* (-ms*g + Fzf(i)*alff(i) + Fzr(i)*alfr(i));
ac2(i)= 1/J* (Fzf(i)*betf(i)*df - Fzr(i)*betr(i)*dr);
ac3(i)= 1/muf * (-muf*g + Fpf(i) - Fzf(i)*alff(i));
ac4(i)= 1/mur * (-mur*g + Fpr(i) - Fzr(i)*alfr(i));

```

```

end

figure(5)
plot(t,ac1)
title('Aceleração Vertical do Centro de Massa do Veículo')
xlabel('Tempo (s)')
ylabel('Aceleração (m/s²)')
grid on

figure(6)
plot(t,ac2)
title('Aceleração angular de Pitch do Veículo')
xlabel('Tempo (s)')
ylabel('Aceleração (Rad/s²)')
grid on

```

## II-5 Equação de 1/2 carro

```

function yp=eq_4gr_obstaculo_fx(t,y)
global ngl ms muf mur cf cr ktfi ktri df dr Paf Par Pcfi Pcri Pdf Pdr Ccf
Ccr Cdf Cdr Mzf Mzr Mxf Mxr L to lamb v w yo g J PSIF PSIR

%-----
%                               Equação Chão
%-----
if t<=to
    f1=0;
else
    if t<=(to+(lamb)/v)
        t1=t-to;
        f1=(yo/2)*(1-cos(w*t1));
    else
        f1=0;
    end
end

if t<=to+(L)/v
    f2=0;
else
    if t<=(to+(L+lamb)/v);
        t2=t-(to+(L)/v);
        f2=(yo/2)*(1-cos(w*t2));
    else
        f2=0;
    end
end

%-----
%                               Desacoplamento Chão
%-----

if y(5)>=f1
    ktf=0;
else
    ktf=ktfi;
end

if y(7)>=f2
    ktr=0;
else
    ktr=ktri;
end

```

```

end
%-----%
%                               Equação Balanças                               %
%-----%

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% EQUAÇÃO BALANÇA DIANTEIRA %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

Zf = y(5) - y(1) - df*y(3);
Zfl = y(6) - y(2) - df*y(4);

Pcf(3) = Pcfi(3) + Mzf*(Zf);
Pcf(1) = Pcfi(1) + Mxf*(Pcf(3) - Pcfi(3));
Pcf(2) = Paf(2) + (Ccf^2 - (Paf(3) - Pcf(3))^2 - (Paf(1) - Pcf(1))^2)^0.5;

Vt = Pdf - Pcf;
Vt(2) = 0;
% angulo amortecedor em Pitch
betf = abs(sum((Pdf - Pcf) .* Vt) / (norm(Pdf - Pcf) * norm(Vt)));
% angulo amortecedor em mov. vert
alff = abs((Pdf(3) - Pcf(3)) / norm(Pdf - Pcf));
% compressão amortecedor dianteiro
compf = Cdf - norm(Pdf - Pcf);
% velocidade de compressão amortecedor dianteiro
compfl = Zfl * alff;
%-----%
%                               Forças Amortecedor                               %
%-----%

if compf <= 0
    F30 = 400.64162 + compf*1e5;

    F40 = 429.3921 + compf*1e5;

    F60 = 449.38838 + compf*1e5;

else
    F30 = 400.64162 + 71.71432*(compf*1e3) - 3.01306*(compf*1e3)^2 +
    0.08086*(compf*1e3)^3 - 0.0014*(compf*1e3)^4 + 1.8653E-5*(compf*1e3)^5 -
    1.65073E-7*(compf*1e3)^6 + 6.72566E-10*(compf*1e3)^7;

    F40 = 429.3921 + 60.93057*(compf*1e3) - 1.50774*(compf*1e3)^2 +
    0.01464*(compf*1e3)^3 - 1.81878E-6*(compf*1e3)^4 + 3.33652E-6*(compf*1e3)^5 -
    8.13908E-8*(compf*1e3)^6 + 4.88835E-10*(compf*1e3)^7;

    F60 = 449.38838 + 103.90283*(compf*1e3) - 4.73781*(compf*1e3)^2 +
    0.12317*(compf*1e3)^3 - 0.00147*(compf*1e3)^4 + 6.73086E-6*(compf*1e3)^5;

end

if compf <= 0
    F100 = 808.84867 + compf*1e5;
elseif compf <= 0.027
    F100 = 808.84867 + 47.39217*(compf*1e3);
else
    F100 = -3.7444e+03 + 555.70951*(compf*1e3) - 20.72434*(compf*1e3)^2 +
    0.38587*(compf*1e3)^3 - 0.00345*(compf*1e3)^4 + 1.2204E-5*(compf*1e3)^5;
end

if compf <= 0
    F80 = 651.82095 + compf*1e5;
elseif compf <= 0.0253

```



```

if compr <= 0
    F100 = 808.84867 +compr*1e5;
elseif compr <= 0.027
    F100 = 808.84867 + 47.39217*(compr*1e3);
else
    F100 = -3.7444e+03 + 555.70951*(compr*1e3) - 20.72434*(compr*1e3)^2 +
    0.38587*(compr*1e3)^3 - 0.00345*(compr*1e3)^4 + 1.2204E-5*(compr*1e3)^5;
end

if compr <= 0
    F80 = 651.82095 + compr*1e5;
elseif compr <= 0.0253
    F80 = 651.82095 + 44.93037*(compr*1e3);
else
    F80 = 4.9532e+03 - 429.13777*(compr*1e3) + 22.15937*(compr*1e3)^2 -
    0.56995*(compr*1e3)^3 + 0.00807*(compr*1e3)^4 - 5.93281E-5*(compr*1e3)^5 +
    1.7953E-7*(compr*1e3)^6;
end

if PSIR <= 40
    Fzr = F30 + (F40 - F30)*(PSIR-30)/10 + compr1*cf;
elseif PSIR <= 60
    Fzr = F40 + (F60 - F40)*(PSIR-40)/20 + compr1*cf;
elseif PSIR <= 80
    Fzr = F60 + (F80 - F60)*(PSIR-60)/20 + compr1*cf;
else
    Fzr = F80 + (F100 - F80)*(PSIR-80)/20 + compr1*cf;
end
yp = zeros (2*ngl,1);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% x' %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
yp(1) = y(2);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% x'' %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
yp(2) = 1/ms* (-ms*g + Fzf*alff + Fzr*alfr);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Pitch' %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
yp(3) = y(4);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Pitch'' %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
yp(4) = 1/J* (Fzf*betf*df - Fzr*betr*dr);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% xf' %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
yp(5) = y(6);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% xf'' %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
yp(6) = 1/muf * (-muf*g + ktf*(f1-y(5)) - Fzf*alff);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% xr' %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
yp(7) = y(8);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% xr'' %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
yp(8) = 1/mur * (-mur*g + ktr*(f2-y(7)) - Fzr*alfr);

end

```

## II-6 Modelo de carro completo

```
clear
```

```

close all
global ngl ms Jp Jr muf mur cf cr PSIF PSIR cg ktfi ktri df dr dfr dfl drr
drl Paf Par Pcfi Pcri Pdf Pdr Ccf Ccr Cdf Cdr Mzf Mzr Mxf Mxr L to lamb v w
yo g

%graus de liberdade
ngl=7;

%Massa Suspensa
ms=222;

% Momento de Inércia (Pitch)
Jp = 62.86;

% Momento de Inércia (Roll)
Jr = 141.14;

%Massa não suspensa dianteira
muf=10;

%Massa não suspensa traseira
mur=14;

%amortecimento da suspensão dianteira
cf =5e+02;

%amortecimento da suspensão traseiro
cr =5e+02;

%Pressão amortecedor dianteiro
PSIF = 40;

%Pressão amortecedor Traseiro
PSIR = 90;

%Pressão pneu dianteiro
PSItf = 10;

%Pressão pneu Traseiro
PSItr = 27;

%rigidez do pneu dianteiro
ktfi=(3.793*PSItf + 11.83)*1000;

%rigidez do pneu traseiro
ktri=(3.625*PSItr + 7.269)*1000;

%posição do CG
cg=[420.82, 0, 500]/1000;

%%%%%%%%% Dados da balança dianteira %%%%%%%%%%%%%%%

% Ponto anterior sup. balança
Paf =[-64.44, 281.87, 300]/1000;
% Ponto posterior sup. balança
Pbf = [-438.07, 236, 365.98]/1000;
% Ponto amortecedor - balança
Pcfi = [-289.7358, 426.3653, 289.4041]/1000;
% Ponto amortecedor - chassi
Pdf = [-280.1362, 264.2286, 638.7648]/1000;
% Ponto balança - Manga

```

```

Pef = [-311.3489, 607.9374, 196.7]/1000;

%%%%%%%%%% Dados iniciais calculados %%%%%%%%%%%

% Vetor sup. balança
Vbf = Paf-Pbf;
% valor intermediário
Vt = Pef-Paf;
Vt = [Vt(2)*Vbf(3)-Vt(3)*Vbf(2), Vt(3)*Vbf(1)-Vt(1)*Vbf(3), Vt(1)*Vbf(2)-
Vt(2)*Vbf(1)];
% Comprimento da balança
Cbf = norm(Vt)/norm(Vbf);
% valor intermediário
Vt = Pcfi-Paf;
Vt = [Vt(2)*Vbf(3)-Vt(3)*Vbf(2), Vt(3)*Vbf(1)-Vt(1)*Vbf(3), Vt(1)*Vbf(2)-
Vt(2)*Vbf(1)];
% Comprimento do suporte amortecedor (balança)
Caf = norm(Vt)/norm(Vbf);
Vt = cg-Pcfi;
Vt(2) = 0;
Vt2 = Pdf-Pcfi;
Vt2(2)=0;
Vt = [Vt(2)*Vt2(3)-Vt(3)*Vt2(2), Vt(3)*Vt2(1)-Vt(1)*Vt2(3), Vt(1)*Vt2(2)-
Vt(2)*Vt2(1)];
% Distancia amortecedor - CG (Pitch)
df = norm(Vt)/norm(Vt2);
% Multiplicador em Z
Mzf = Caf/Cbf;
% Multiplicador em X
Mxf = -Mzf*Vbf(3)/Vbf(1);
% dist. Paf - Pcf
Ccf = norm (Paf-Pcfi);
% comp. inicial amort.
Cdf = norm (Pdf-Pcfi);

Vt = cg-Pcfi;
Vt(1) = 0;
Vt2 = Pdf-Pcfi;
Vt2(1)=0;
Vt = [Vt(2)*Vt2(3)-Vt(3)*Vt2(2), Vt(3)*Vt2(1)-Vt(1)*Vt2(3), Vt(1)*Vt2(2)-
Vt(2)*Vt2(1)];
% Distancia amortecedor - CG (Roll)
dfr = norm(Vt)/norm(Vt2);
dfl = dfr;

%%%%%%%%%% Dados da balança Traseira %%%%%%%%%%%

% Ponto anterior sup. balança
Par =[700.82, 295, 460]/1000;
% Ponto posterior sup. balança
Pbr = [1120.8199, 175, 360]/1000;
% Ponto amortecedor - balança
Pcri = [885.2192, 381.0808, 401.916]/1000;
% Ponto amortecedor - chassi
Pdr = [952.7109, 273.4045, 814.5925]/1000;
% Ponto balança - Manga
Per = [906.0495, 500, 346.7]/1000;

%%%%%%%%%% Dados iniciais calculados %%%%%%%%%%%

% Vetor sup. balança

```

```

Vbr = Par-Pbr;
% valor intermediário
Vt = Per-Par;
Vt = [Vt(2)*Vbr(3)-Vt(3)*Vbr(2), Vt(3)*Vbr(1)-Vt(1)*Vbr(3), Vt(1)*Vbr(2)-
Vt(2)*Vbr(1)];
% Comprimento da balança
Cbr = norm(Vt)/norm(Vbr);
% valor intermediário
Vt = Pcri-Par;
Vt = [Vt(2)*Vbr(3)-Vt(3)*Vbr(2), Vt(3)*Vbr(1)-Vt(1)*Vbr(3), Vt(1)*Vbr(2)-
Vt(2)*Vbr(1)];
% Comprimento do amortecedor
Car = norm(Vt)/norm(Vbr);
Vt = cg-Pcri;
Vt(2)=0;
Vt2 = Pdr-Pcri;
Vt2(2)=0;
Vt = [Vt(2)*Vt2(3)-Vt(3)*Vt2(2), Vt(3)*Vt2(1)-Vt(1)*Vt2(3), Vt(1)*Vt2(2)-
Vt(2)*Vt2(1)];
% Distancia amortecedor - CG (Pitch)
dr = norm(Vt)/norm(Vt2);
% Multiplicador em Z
Mzr = Car/Cbr;
% Multiplicador em X
Mxr = -Mzr*Vbr(3)/Vbr(1);
% dist. Par - Pcr
Ccr = ((Par(1)-Pcri(1))^2+(Par(2)-Pcri(2))^2+(Par(3)-Pcri(3))^2)^0.5;
% comp. inicial amort.
Cdr = norm (Pdr-Pcri);

Vt = cg-Pcri;
Vt(1)=0;
Vt2 = Pdr-Pcri;
Vt2(1)=0;
Vt = [Vt(2)*Vt2(3)-Vt(3)*Vt2(2), Vt(3)*Vt2(1)-Vt(1)*Vt2(3), Vt(1)*Vt2(2)-
Vt(2)*Vt2(1)];
% Distancia amortecedor - CG (Roll)
drr = norm(Vt)/norm(Vt2);
drl = drr;

%Distância entre as rodas (m)
L = abs(Pef(1)-Per(1));

%Gravidade
g=9.81;

%//DADOS PARA A MOVIMENTAÇÃO DO VEÍCULO//

%tempo percorrido antes de encontrar o primeiro obstáculo (m)
to=12;

%Velocidade do veículo (m/s)
v=10;

%Comprimento do obstáculo (m)
lamb=1.5;

%Frequência
w=(2*pi*v)/lamb;

```

```

%Altura do obstáculo
yo=0.08;

ii = 0;
iii = 0;

% for PSIF = 40:2:120
%
%     ii = ii + 1
%     for PSIR = 40:5:120
%
%         iii = iii + 1;

hh = 0.5;
tet = 0;
phi = 30*pi/180;

y0= [hh 0 tet 0 phi 0 hh+tet*df+phi*df1 0 hh-tet*dr+phi*drl 0 hh+tet*df-
phi*df1 0 hh-tet*dr-phi*drl 0];
tspan=(0:0.01:5);
[t,y]=ode45('eq_7gr_obstaculo_fx',tspan,y0);
n=length(t);

%RESPOSTA DESLOCAMENTO
x1=y(1:n,1);%Deslocamento Vertical da Massa Suspensa
x2=y(1:n,3);%Deslocamento Angular de Pitch da Massa Suspensa
x3=y(1:n,5);%Deslocamento Angular de Roll da Massa Suspensa
x4=y(1:n,7);%Deslocamento Vertical da Massa não Suspensa Dianteira Direita
x5=y(1:n,9);%Deslocamento Vertical da Massa não Suspensa Dianteira Esquerda
x6=y(1:n,11);%Deslocamento Vertical da Massa não Suspensa Traseira Direita
x7=y(1:n,13);%Deslocamento Vertical da Massa não Suspensa Traseira Esquerda

%RESPOSTA VELOCIDADE
v1=y(1:n,2);%Velocidade Vertical da Massa Suspensa
v2=y(1:n,4);%Velocidade Angular de Pitch da Massa Suspensa
v3=y(1:n,6);%Velocidade Angular de Roll da Massa Suspensa
v4=y(1:n,8);%Velocidade Vertical da Massa não Suspensa Dianteira Direita
v5=y(1:n,10);%Velocidade Vertical da Massa não Suspensa Traseira Direita
v6=y(1:n,12);%Velocidade Vertical da Massa não Suspensa Dianteira Esquerda
v7=y(1:n,14);%Velocidade Vertical da Massa não Suspensa Traseira Esquerda

% figure(1)
% plot(t,x1);
% title('Deslocamento Vertical Centro de Massa do Veículo')
% xlabel('Tempo (s)')
% ylabel ('Deslocamento (m)');
% grid on

% figure(2)
% plot(t,v1);
% title('Velocidade Vertical Centro de Massa do Veículo')
% xlabel('Tempo (s)')
% ylabel ('Velocidade (m/s)')
% grid on

% figure(3)
% plot(t,x2);
% title('Deslocamento Angular de Pitch do Veículo')
% xlabel('Tempo (s)')
% ylabel ('Deslocamento (rad)')

```

```

% grid on

% figure(4)
% plot(t,v2);
% title('Velocidade Angular de Pitch do Veículo')
% xlabel('Tempo (s)')
% ylabel ('Velocidade (rad/s)')
% grid on

% figure(5)
% plot(t,x3);
% title('Deslocamento Angular de Roll do Veículo')
% xlabel('Tempo (s)')
% ylabel ('Deslocamento (rad)');
% grid on

% figure(6)
% plot(t,v3);
% title('Velocidade Angular de Roll do Veículo')
% xlabel('Tempo (s)')
% ylabel ('Velocidade (rad/s)')
% grid on

%figure(7)
%plot(t,x4);
%title('Deslocamento Vertical Roda Dianteira Direita')
%xlabel('Tempo (s)')
%ylabel ('Deslocamento (m)')
%grid on

%figure(8)
%plot(t,v4);
%title('Velocidade Vertical Roda Dianteira Direita')
%xlabel('Tempo (s)')
%ylabel ('Velocidade (m/s)')
%grid on

%figure(9)
%plot(t,x5);
%title('Deslocamento Vertical Roda Traseira Direita')
%xlabel('Tempo (s)')
%ylabel ('Deslocamento (m)')
%grid on

%figure(10)
%plot(t,v5);
%title('Velocidade Vertical Roda Traseira Direita')
%xlabel('Tempo (s)')
%ylabel ('Velocidade (m/s)')
%grid on

%figure(11)
%plot(t,x5);
%title('Deslocamento Vertical Roda Dianteira Esquerda')
%xlabel('Tempo (s)')
%ylabel ('Deslocamento (m)')
%grid on

%figure(12)
%plot(t,v5);
%title('Velocidade Vertical Roda Dianteira Esquerda')

```

```

xlabel('Tempo (s)')
ylabel ('Velocidade (m/s)')
grid on

figure(13)
plot(t,x5);
title('Deslocamento Vertical Roda Traseira Esquerda')
xlabel('Tempo (s)')
ylabel ('Deslocamento (m)')
grid on

figure(14)
plot(t,v5);
title('Velocidade Vertical Roda Traseira Esquerda')
xlabel('Tempo (s)')
ylabel ('Velocidade (m/s)')
grid on

% zerar variáveis para acelerações
f1 = zeros(n,1);
f2 = zeros(n,1);
f3 = zeros(n,1);
f4 = zeros(n,1);
ktfr= zeros(n,1);
ktfl= zeros(n,1);
ktrr= zeros(n,1);
ktrl= zeros(n,1);
alffr=zeros(n,1);
betfr=zeros(n,1);
gamfr=zeros(n,1);
Fzfr= zeros(n,1);
Fpfr= zeros(n,1);
alffl=zeros(n,1);
betfl=zeros(n,1);
gamfl=zeros(n,1);
Fzfl= zeros(n,1);
Fpfl= zeros(n,1);
alfrr=zeros(n,1);
betrr=zeros(n,1);
gamrr=zeros(n,1);
Fzrr= zeros(n,1);
Fprr= zeros(n,1);
alfrl=zeros(n,1);
betrl=zeros(n,1);
gamrl=zeros(n,1);
Fzrl= zeros(n,1);
Fprl= zeros(n,1);
ac1 = zeros(n,1);
ac2 = zeros(n,1);
ac3 = zeros(n,1);
ac4 = zeros(n,1);
ac5 = zeros(n,1);
ac6 = zeros(n,1);
ac7 = zeros(n,1);

for i=1:n

```

```

if t(i)<=to
    f1(i)=0;
else
    if t(i)<=(to+(lamb)/v)
        t1=t(i)-to;
        f1(i)=(yo/2)*(1-cos(w*t1));
    else
        f1(i)=0;
    end
end

if t(i)<=to+(L)/v
    f2(i)=0;
else
    if t(i)<=(to+(L+lamb)/v);
        t2=t(i)-(to+(L)/v);
        f2(i)=(yo/2)*(1-cos(w*t2));
    else
        f2(i)=0;
    end
end

f3(i) = f1(i);
f4(i) = f2(i);

%-----%
%                               %
%                               %
%-----%

if x4(i)>=f1(i)
    ktfr(i)=0;
else
    ktfr(i)=ktfi;
end

if x5(i)>=f2(i)
    ktrr(i)=0;
else
    ktrr(i)=ktri;
end

if x6(i)>=f3(i)
    ktfl(i)=0;
else
    ktfl(i)=ktfi;
end

if x7(i)>=f4(i)
    ktrl(i)=0;
else
    ktrl(i)=ktri;
end

%-----%
%                               %
%                               %
%-----%

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% EQUAÇÃO BALANÇA DIANTEIRA DIREITA%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

Zfr = x4(i) - x1(i) - df*x2(i) - dfr*x3(i);

```





```

if comprr <= 0
    F30 = 400.64162 + comprr*1e5;

    F40 = 429.3921 + comprr*1e5;

    F60 = 449.38838 + comprr*1e5;

else
    F30 = 400.64162 + 71.71432*(comprr*1e3) - 3.01306*(comprr*1e3)^2 +
0.08086*(comprr*1e3)^3 - 0.0014*(comprr*1e3)^4 + 1.8653E-5*(comprr*1e3)^5 -
1.65073E-7*(comprr*1e3)^6 + 6.72566E-10*(comprr*1e3)^7;

    F40 = 429.3921 + 60.93057*(comprr*1e3) - 1.50774*(comprr*1e3)^2 +
0.01464*(comprr*1e3)^3 - 1.81878E-6*(comprr*1e3)^4 + 3.33652E-
6*(comprr*1e3)^5 - 8.13908E-8*(comprr*1e3)^6 + 4.88835E-10*(comprr*1e3)^7;

    F60 = 449.38838 + 103.90283*(comprr*1e3) - 4.73781*(comprr*1e3)^2 +
0.12317*(comprr*1e3)^3 - 0.00147*(comprr*1e3)^4 + 6.73086E-
6*(comprr*1e3)^5;

end

if comprr <= 0
    F100 = 808.84867 +comprr*1e5;
elseif comprr <= 0.027
    F100 = 808.84867 + 47.39217*(comprr*1e3);
else
    F100 = -3.7444e+03 + 555.70951*(comprr*1e3) - 20.72434*(comprr*1e3)^2 +
0.38587*(comprr*1e3)^3 - 0.00345*(comprr*1e3)^4 + 1.2204E-5*(comprr*1e3)^5;
end

if comprr <= 0
    F80 = 651.82095 + comprr*1e5;
elseif comprr <= 0.0253
    F80 = 651.82095 + 44.93037*(comprr*1e3);
else
    F80 = 4.9532e+03 - 429.13777*(comprr*1e3) + 22.15937*(comprr*1e3)^2 -
0.56995*(comprr*1e3)^3 + 0.00807*(comprr*1e3)^4 - 5.93281E-5*(comprr*1e3)^5
+ 1.7953E-7*(comprr*1e3)^6;
end

if PSIR <= 40
    Fzrr(i) = F30 + (F40 - F30)*(PSIR-30)/10 + comprr1*cf;
elseif PSIR <= 60
    Fzrr(i) = F40 + (F60 - F40)*(PSIR-40)/20 + comprr1*cf;
elseif PSIR <= 80
    Fzrr(i) = F60 + (F80 - F60)*(PSIR-60)/20 + comprr1*cf;
else
    Fzrr(i) = F80 + (F100 - F80)*(PSIR-80)/20 + comprr1*cf;
end

Vt = cg-Pcrr;
Vt(1)=0;
Vt2 = Pdr-Pcrr;
Vt2(1)=0;
Vt = [Vt(2)*Vt2(3)-Vt(3)*Vt2(2), Vt(3)*Vt2(1)-Vt(1)*Vt2(3), Vt(1)*Vt2(2)-
Vt(2)*Vt2(1)];
drr = norm(Vt)/norm(Vt2); % Distancia amortecedor - CG (Roll)

```



```

F100 = -3.7444e+03 + 555.70951*(compfl*1e3) - 20.72434*(compfl*1e3)^2 +
0.38587*(compfl*1e3)^3 - 0.00345*(compfl*1e3)^4 + 1.2204E-5*(compfl*1e3)^5;
end

if compfl <= 0
    F80 = 651.82095 + compfl*1e5;
elseif compfl <= 0.0253
    F80 = 651.82095 + 44.93037*(compfl*1e3);
else
    F80 = 4.9532e+03 - 429.13777*(compfl*1e3) + 22.15937*(compfl*1e3)^2 -
0.56995*(compfl*1e3)^3 + 0.00807*(compfl*1e3)^4 - 5.93281E-5*(compfl*1e3)^5
+ 1.7953E-7*(compfl*1e3)^6;
end

if PSIF <= 40
    Fzfl(i) = F30 + (F40 - F30)*(PSIF-30)/10 + compfl1*cf;
elseif PSIF <= 60
    Fzfl(i) = F40 + (F60 - F40)*(PSIF-40)/20 + compfl1*cf;
elseif PSIF <= 80
    Fzfl(i) = F60 + (F80 - F60)*(PSIF-60)/20 + compfl1*cf;
else
    Fzfl(i) = F80 + (F100 - F80)*(PSIF-80)/20 + compfl1*cf;
end

Vt = cg-Pcfl;
Vt(1) = 0;
Vt2 = Pdf-Pcfl;
Vt2(1)=0;
Vt = [Vt(2)*Vt2(3)-Vt(3)*Vt2(2), Vt(3)*Vt2(1)-Vt(1)*Vt2(3), Vt(1)*Vt2(2)-
Vt(2)*Vt2(1)];
% Distancia amortecedor - CG (Roll)
dfl = norm(Vt)/norm(Vt2);

Vt = Pdf-Pcfl;
Vt(1) = 0;
% angulo amortecedor em Roll
gamfl(i) = abs(sum((Pdf-Pcfl).*Vt)/(norm(Pdf-Pcfl)*norm(Vt)));

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% EQUAÇÃO BALANÇA TRASEIRA ESQUERDA %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

Zr1 = x7(i)- x1(i) + dr*x2(i) + drl*x3(i);
Zr11 = [ 0, 0, v7(i)-v1(i)+dr*v2(i)+drl*v3(i)];

Pcrl(3) = Pcri(3) + Mzr*(Zr1);
Pcrl(1) = Pcri(1) + Mxr*(Pcrl(3)-Pcri(3));
Pcrl(2) = Par(2) + (Ccr^2 - (Par(3)-Pcrl(3))^2 - (Par(1)-Pcrl(1))^2)^0.5;

Vt = Pdr-Pcrl;
Vt(2) = 0;
% angulo amortecedor em Pitch
betrl(i) = abs(sum((Pdr-Pcrl).*Vt)/(norm(Pdr-Pcrl)*norm(Vt)));
% angulo amortecedor em mov. vert
alfrl(i) = abs((Pdr(3)-Pcrl(3))/norm(Pdr-Pcrl));
% compressão amortecedor traseiro esquerdo
comprl = Cdr - norm(Pdr-Pcrl);
if Zr11(3) == 0
    compr11 = 0;
else
    compr11 = Zr11(3)*abs((sum(Zr11.*(Pdr-Pcrl))/(norm(Zr11)*norm(Pdr-
Pcrl))));
end

```



```

Vt = [Vt(2)*Vt2(3)-Vt(3)*Vt2(2), Vt(3)*Vt2(1)-Vt(1)*Vt2(3), Vt(1)*Vt2(2)-
Vt(2)*Vt2(1)];
% Distancia amortecedor - CG (Roll)
drl = norm(Vt)/norm(Vt2);

Vt = Pdr-Pcrl;
Vt(1) = 0;
% angulo amortecedor em Roll
gamrl(i) = abs(sum((Pdr-Pcrl).*Vt)/(norm(Pdr-Pcrl)*norm(Vt)));

Fpfr(i) = ktfr(i)*(f1(i)-x4(i));
Fprr(i) = ktrr(i)*(f2(i)-x5(i));
Fpfl(i) = ktfl(i)*(f3(i)-x6(i));
Fprl(i) = ktrl(i)*(f4(i)-x7(i));

%Acelerações

ac1(i) = 1/ms* (-ms*g + Fzfr(i)*alffr(i) + Fzrr(i)*alfrr(i) +
Fzfl(i)*alffl(i) + Fzrl(i)*alfrl(i));

ac2(i) = 1/Jp* (Fzfr(i)*betfr(i)*df + Fzfl(i)*betfl(i)*df -
Fzrr(i)*betrr(i)*dr- Fzrl(i)*betrl(i)*dr);

ac3(i) = 1/Jr * (Fzfr(i)*gamfr(i)*dfr + Fzrr(i)*gamrr(i)*drr-
Fzfl(i)*gamfl(i)*dfl - Fzrl(i)*gamrl(i)*drl);

ac4(i) = 1/muf * (-muf*g + Fpfr(i) - Fzfr(i)*alffr(i));
ac5(i) = 1/mur * (-mur*g + Fprr(i) - Fzrr(i)*alfrr(i));
ac6(i) = 1/muf * (-muf*g + Fpfl(i) - Fzfl(i)*alffl(i));
ac7(i) = 1/muf * (-muf*g + Fprl(i) - Fzrl(i)*alfrl(i));

end

%-----
%/// PARÂMENTROS DE CONFORTO
%-----
%Aceleração ponderada r.m.s bounce
for cont1=1:n
arms_bounce(cont1)=ac1(cont1)^2;
end
aw_bounce=(trapz(t,arms_bounce));
RMS_bounce=(aw_bounce/t(n))^0.5;

% %VDV bounce (Valor Dose de Vibração)
% for cont2=1:n
% aw_VDV(cont2)=ac1(cont2)^4;
% end
% VDV=(trapz(t,aw_VDV));
% VDV_bounce=VDV^0.25;
%
% %eVDV no bounce(Valor Dose de Vibração Estimado)
% eVDV_bounce=((1.4*aw_bounce)^4)*t(n)^(0.25);

%Aceleração ponderada r.m.s Pitch
for cont3=1:n
arms_pitch(cont3)=ac2(cont3)^2;
end

```

```

aw_pitch=(trapz(t,arms_pitch));
RMS_pitch=(aw_pitch/t(n))^0.5;

%Aceleração ponderada r.m.s Roll
for cont4=1:n
arms_roll(cont4)=ac3(cont4)^2;
end
aw_roll=(trapz(t,arms_roll));
RMS_roll=(aw_roll/t(n))^0.5;
% end
% iii = 0;
% end

figure(7)
plot(t,ac1)
title('Aceleração Vertical do Centro de Massa do Veículo')
xlabel('Tempo (s)')
ylabel('Aceleração (m/s²)')
grid on
%
% figure(8)
% plot(t,ac2)
% title('Aceleração angular de Pitch do Veículo')
% xlabel('Tempo (s)')
% ylabel('Aceleração (Rad/s²)')
% grid on
%
% figure(9)
% plot(t,ac3)
% title('Aceleração angular de Roll do Veículo')
% xlabel('Tempo (s)')
% ylabel('Aceleração (Rad/s²)')
% grid on

```

## II-7 Equação de carro completo

```

function yp=eq_7gr_obstaculo_fx(t,y)
global ngl ms Jp Jr muf mur cf cr PSIF PSIR cg ktfi kttri df dr dfr dfl drr
drl Paf Par Pcfi Pcri Pdf Pdr Ccf Ccr Cdf Cdr Mzf Mzr Mxf Mxr L to lamb v w
yo g

%
%
% Equação Chão
%
%
if t<=to
    f1=0;
else
    if t<=(to+(lamb)/v)
        t1=t-to;
        f1=(yo/2)*(1-cos(w*t1));
    else
        f1=0;
    end
end

if t<=to+(L)/v
    f2=0;
else
    if t<= (to+(L+lamb)/v);
        t2=t-(to+(L)/v);

```

```

        f2=(yo/2) * (1-cos (w*t2));
    else
        f2=0;
    end
end
f3 = f1;
f4 = f2;

%-----%
%                               %
%                               %
%-----%

if y(7)>=f1
    ktfr=0;
else
    ktfr=ktfi;
end

if y(9)>=f2
    ktrr=0;
else
    ktrr=ktri;
end

if y(11)>=f3
    ktfl=0;
else
    ktfl=ktfi;
end

if y(13)>=f4
    ktrl=0;
else
    ktrl=ktri;
end

%-----%
%                               %
%                               %
%-----%

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% EQUAÇÃO BALANÇA DIANTEIRA DIREITA %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

Zfr = y(7)- y(1) - df*y(3) - dfr*y(5);
Zfrl = [0,0, y(8)-y(2)-df*y(4)-dfr*y(6)];

Pcfr(3) = Pcfi(3) + Mzf*(Zfr);
Pcfr(1) = Pcfi(1) + Mxf*(Pcfr(3)-Pcfi(3));
Pcfr(2) = Paf(2) + (Ccf^2 - (Paf(3)-Pcfr(3))^2 - (Paf(1)-Pcfr(1))^2)^0.5;

Vt = Pdf-Pcfr;
Vt(2) = 0;
% angulo amortecedor em Pitch
betfr = abs(sum((Pdf-Pcfr).*Vt)/(norm(Pdf-Pcfr)*norm(Vt)));
% angulo amortecedor em mov. vert
alffr = abs((Pdf(3)-Pcfr(3))/norm(Pdf-Pcfr));
% compressão amortecedor dianteiro direito
compfr = Cdf - norm(Pdf-Pcfr);
if Zfrl(3) == 0
    compfrl = 0;
else

```





```

end

if comprr <= 0
    F100 = 808.84867 +comprr*1e5;
elseif comprr <= 0.027
    F100 = 808.84867 + 47.39217*(comprr*1e3);
else
    F100 = -3.7444e+03 + 555.70951*(comprr*1e3) - 20.72434*(comprr*1e3)^2 +
    0.38587*(comprr*1e3)^3 - 0.00345*(comprr*1e3)^4 + 1.2204E-5*(comprr*1e3)^5;
end

if comprr <= 0
    F80 = 651.82095 + comprr*1e5;
elseif comprr <= 0.0253
    F80 = 651.82095 + 44.93037*(comprr*1e3);
else
    F80 = 4.9532e+03 - 429.13777*(comprr*1e3) + 22.15937*(comprr*1e3)^2 -
    0.56995*(comprr*1e3)^3 + 0.00807*(comprr*1e3)^4 - 5.93281E-5*(comprr*1e3)^5
    + 1.7953E-7*(comprr*1e3)^6;
end

if PSIR <= 40
    Fzrr = F30 + (F40 - F30)*(PSIR-30)/10 + comprrl*cf;
elseif PSIR <= 60
    Fzrr = F40 + (F60 - F40)*(PSIR-40)/20 + comprrl*cf;
elseif PSIR <= 80
    Fzrr = F60 + (F80 - F60)*(PSIR-60)/20 + comprrl*cf;
else
    Fzrr = F80 + (F100 - F80)*(PSIR-80)/20 + comprrl*cf;
end

Vt = cg-Pcrr;
Vt(1)=0;
Vt2 = Pdr-Pcrr;
Vt2(1)=0;
Vt = [Vt(2)*Vt2(3)-Vt(3)*Vt2(2), Vt(3)*Vt2(1)-Vt(1)*Vt2(3), Vt(1)*Vt2(2)-
Vt(2)*Vt2(1)];
% Distancia amortecedor - CG (Roll)
drr = norm(Vt)/norm(Vt2);

Vt = Pdr-Pcrr;
Vt(1) = 0;
% angulo amortecedor em Roll
gamrr = abs(sum((Pdr-Pcrr).*Vt)/(norm(Pdr-Pcrr)*norm(Vt)));

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% EQUAÇÃO BALANÇA DIANTEIRA ESQUERDA %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

Zfl = y(11)- y(1) - df*y(3) + dfl*y(5);
Zfl1 = [0,0,y(12)-y(2)-df*y(4)+dfl*y(6)];

Pcfl(3) = Pcfi(3) + Mzf*(Zfl);
Pcfl(1) = Pcfi(1) + Mxf*(Pcfl(3)-Pcfi(3));
Pcfl(2) = Paf(2) + (Ccf^2 - (Paf(3)-Pcfl(3))^2 - (Paf(1)-Pcfl(1))^2)^0.5;

Vt = Pdf-Pcfl;
Vt(2) = 0;
% angulo amortecedor em Pitch
betfl = abs(sum((Pdf-Pcfl).*Vt)/(norm(Pdf-Pcfl)*norm(Vt)));
% angulo amortecedor em mov. vert

```

```

alffl = abs((Pdf(3)-Pcfl(3))/norm(Pdf-Pcfl));
% compressão amortecedor dianteiro esquerdo
compfl = Cdf - norm(Pdf-Pcfl);
if Zfl1(3) == 0
    compfl1 = 0;
else
    compfl1 = Zfl1(3)*abs((sum(Zfl1.*(Pdf-Pcfl)))/(norm(Zfl1)*norm(Pdf-
Pcfl))));
end

%
%-----%
%                               %
%                               %
%-----%
%

if compfl <= 0
    F30 = 400.64162 + compfl*1e5;

    F40 = 429.3921 + compfl*1e5;

    F60 = 449.38838 + compfl*1e5;

else
    F30 = 400.64162 + 71.71432*(compfl*1e3) - 3.01306*(compfl*1e3)^2 +
0.08086*(compfl*1e3)^3 - 0.0014*(compfl*1e3)^4 + 1.8653E-5*(compfl*1e3)^5 -
1.65073E-7*(compfl*1e3)^6 + 6.72566E-10*(compfl*1e3)^7;

    F40 = 429.3921 + 60.93057*(compfl*1e3) - 1.50774*(compfl*1e3)^2 +
0.01464*(compfl*1e3)^3 - 1.81878E-6*(compfl*1e3)^4 + 3.33652E-
6*(compfl*1e3)^5 - 8.13908E-8*(compfl*1e3)^6 + 4.88835E-10*(compfl*1e3)^7;

    F60 = 449.38838 + 103.90283*(compfl*1e3) - 4.73781*(compfl*1e3)^2 +
0.12317*(compfl*1e3)^3 - 0.00147*(compfl*1e3)^4 + 6.73086E-
6*(compfl*1e3)^5;

end

if compfl <= 0
    F100 = 808.84867 +compfl*1e5;
elseif compfl <= 0.027
    F100 = 808.84867 + 47.39217*(compfl*1e3);
else
    F100 = -3.7444e+03 + 555.70951*(compfl*1e3) - 20.72434*(compfl*1e3)^2 +
0.38587*(compfl*1e3)^3 - 0.00345*(compfl*1e3)^4 + 1.2204E-5*(compfl*1e3)^5;
end

if compfl <= 0
    F80 = 651.82095 + compfl*1e5;
elseif compfl <= 0.0253
    F80 = 651.82095 + 44.93037*(compfl*1e3);
else
    F80 = 4.9532e+03 - 429.13777*(compfl*1e3) + 22.15937*(compfl*1e3)^2 -
0.56995*(compfl*1e3)^3 + 0.00807*(compfl*1e3)^4 - 5.93281E-5*(compfl*1e3)^5
+ 1.7953E-7*(compfl*1e3)^6;
end

if PSIF <= 40
    Fzfl = F30 + (F40 - F30)*(PSIF-30)/10 + compfl1*cf;
elseif PSIF <= 60
    Fzfl = F40 + (F60 - F40)*(PSIF-40)/20 + compfl1*cf;
elseif PSIF <= 80
    Fzfl = F60 + (F80 - F60)*(PSIF-60)/20 + compfl1*cf;

```





```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Pitch' %%%%%%%%%
yp(3) = y(4);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Pitch'' %%%%%%%%%
yp(4) = 1/Jp* (Fzfr*betfr*df + Fzfl*betfl*df - Fzrr*betrr*dr-
Fzrl*betrl*dr);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Roll' %%%%%%%%%
yp(5) = y(6);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Roll'' %%%%%%%%%
yp(6) = 1/Jr * (Fzfr*gamfr*dfr + Fzrr*gamrr*dr- Fzfl*gamfl*dfl -
Fzrl*gamrl*drl);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% xfr' %%%%%%%%%
yp(7) = y(8);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% xfr'' %%%%%%%%%
yp(8) = 1/muf * (-muf*g + ktfr*(f1-y(7)) - Fzfr*alffr);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% xrr' %%%%%%%%%
yp(9) = y(10);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% xrr'' %%%%%%%%%
yp(10) = 1/mur * (-mur*g + ktrr*(f2-y(9)) - Fzrr*alfrr);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% xfl' %%%%%%%%%
yp(11) = y(12);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% xfl'' %%%%%%%%%
yp(12) = 1/muf * (-muf*g + ktfl*(f3-y(11)) - Fzfl*alffl);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% xrl' %%%%%%%%%
yp(13) = y(14);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% xrl'' %%%%%%%%%
yp(14) = 1/muf * (-muf*g + ktrl*(f4-y(13)) - Fzrl*alfrl);

end

```